

ANNALEN DER PHYSIK

GEGRÜNDET 1799 DURCH F. A. C. GREN
UND FORTGEFÜHRT DURCH L. W. GILBERT,
J. C. POGGENDORFF, G. u. E. WIEDEMANN,
P. DRUDE

VIERTE FOLGE
BAND 77 HEFT 7
DER GANZEN REIHE 382. BANDES 7. HEFT

KURATORIUM:
M. PLANCK, E. WARBURG

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK

MIT 1 TAFEL



LEIPZIG

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen und der Verlagsbuchhandlung entgegengenommen. Im Jahre 1925 erscheinen die Bände 76, 77 und 78 à 8 Hefte. Der Abonnementspreis beträgt pro Band Rm. 20.— zuzüglich Rm. —.80 für Porto bei direkter Zusendung für das Inland und Rm. 1.60 für das Ausland.

Ausgegeben im Oktober 1925.

Inhalt.

	Seite
1. Rudolf Feick. Über die Farbe von kolloidalem Silber und Quecksilber	573
2. Balebail Dasannacharya. Über die freien Weglängen der Lichterregung und ihre Störungen bei Wasserstoffatomen. Mit 1 Tafel	597
3. Hans Martin. Über Tonhöhe und Dämpfung der Schwingungen von Saiten in verschiedenen Flüssigkeiten.	627
4. Hermann Auer. Die Strahlungsemission im Vakuum.	658

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **München, Kolberger Straße 16.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekannt gegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft können die Annalen zu einem Vorzugspreis beziehen.

Andерweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

1.

Farb
vollst
trac
Syst
umf
Die
wes
zu

farb
der
ber
run
Mü
die
int
Ma
Ma
Zw
spr
im
Fa

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 77.

1. *Über die Farbe von kolloidalem Silber und Quecksilber;* *von Rudolf Feick.*

§ 1. Die Absorption von Silbersol.

Gustav Mie¹⁾ hat im Jahre 1908 eine Theorie über die Farbe kolloidaler Systeme von solchen Stoffen, die weder als vollkommene Dielektrika noch als vollkommene Leiter betrachtet werden dürfen, aufgestellt. Er hat sie selbst für das System Gold-in-Wasser durchgerechnet und durch Steubing²⁾ umfangreiche Experimentaluntersuchungen vornehmen lassen. Die Theorie hat sich mehr als jede andere fähig gezeigt, alle wesentlichen optischen Eigenschaften kolloidaler Goldlösungen zu erklären.

Angeregt durch die Siedentopfsche³⁾ Entdeckung der farbigen Silberultramikronen hat dann Müller⁴⁾ auf Grund derselben Theorie die Diffusionsfarbe kolloidaler Silberteilchen berechnet. Auch in diesem Punkte deckten sich die Folgerungen aus der Theorie mit dem experimentellen Ergebnis. — Müller hat sich bei seinen Berechnungen auf die Eigenfarbe, die Ausstrahlung der Teilchen beschränkt. Nicht minder interessant sind aber die Absorptionsfarben der Silbersole. Man kann bekanntlich Systeme kolloiden Silbers mit einer Mannigfaltigkeit der Durchsichtsfarben gewinnen, die keine Zwischenstufe der ganzen Farbenreihe grün-blau-rot-gelb überspringt. Es ist eine experimentelle Tatsache, daß Silbersole im reflektierten und durchgelassenen Licht etwa komplementäre Farben zeigen, und daß die Reflexionsfarbe sehr nahe überein-

1) G. Mie, Ann. d. Phys. [4] 25. S. 377. 1908.

2) W. Steubing, Ann. d. Phys. [4] 26. S. 329. 1908.

3) H. Siedentopf, Verh. d. d. phys. Ges. 12. S. 38. 1910.

4) E. Müller, Ann. d. Phys. [4] 35. S. 700. 1911.

stimmt mit der diffusen Eigenstrahlung des einzelnen Teilchens. Bezog man sich aber auf die leichter zu beobachtenden Durchlaßfarben, so schien die Miesche Theorie beim Silber von vornherein auf Schwierigkeiten zu stoßen. Denn als Lüppe-Cramer¹⁾ nach dem von Zsigmondy²⁾ angegebenen Keimverfahren isodisperse Silbersole verschiedenen Dispersitätsgrades herstellte, erhielt er stets grüne Sole dort, wo rote hätten entstehen sollen. Durch eine glückliche Abänderung der Zsigmondyschen Methode, die es nunmehr erlaubt, durch schrittweise Vergrößerung ein und desselben Sols nach und nach die ganze Reihe der weniger dispersen Systeme zu durchlaufen, erkannten erst Schaum, Lang³⁾ und Marx⁴⁾ das Wesen dieser Anomalie als in einer Abweichung von den Mieschen Voraussetzungen bestehend: die grünen Teilchen sind nicht massiv. Würde die Miesche Theorie der Tatsache gerecht, daß beim Silber Reflexions- und Absorptionsfarbe etwa komplementär sind, so wäre durch die Schaumschen Beobachtungen völlige Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment hergestellt gewesen. Eine direkte Berechnung der Absorptionsspektren für verschiedene Teilchengröße aus der Mieschen Theorie lehrt indessen, daß sich das theoretische Ergebnis durchaus nicht mit dem beobachteten Tatbestand deckt.

Ich habe im folgenden die bisher fehlende Berechnung der aus der Mieschen Theorie folgenden Absorptionskurven für Silberhydrosole nachgeholt. Die Müllerschen Zahlen sind, wo angegeben, weitgehend benutzt, doch mußten sie häufig für größere Teilchendurchmesser ergänzt und z. B. der Koeffizient v_1 für $\lambda = 525 \text{ m}\mu$ neu berechnet werden, da er bei Müller mit Fehlern behaftet ist. Davon kann man sich schnell überzeugen, wenn man die betreffenden komplexen Zahlen in Polarkoordinaten schreibt; man wird dann große Unregelmäßigkeiten im Gang finden. Was die Nomenklatur und alle

1) Lüppe-Cramer, Kolloidtschr. 18. S. 240. 1916.

2) R. Zsigmondy, Ztschr. f. phys. Chem. 56. S. 65. 1906.

3) K. Schaum u. H. Lang, Kolloidtschr. 28. S. 243. 1921; Dis. Gießen 1920.

4) K. Schaum u. Th. Marx, Kolloidtschr. 31. S. 64. 1922; Dis. Gießen 1922.

Einzelheiten betrifft, muß ich auf die Miesche Originalarbeit verweisen.

Zwecks Erleichterung einer Nachprüfung der Rechnung habe ich in meiner Dissertation¹⁾ auch die Koeffizienten g_1, g_2, g_1', g_2' zusammengestellt. Ich beginne hier mit den korrigierten und ergänzten Werten der Koeffizienten u_1, v_1, w_1 , sowie den bei der Absorptionsberechnung notwendigen Größen u_2, v_2, w_2 . Die Zahlen u_1 und u_2 belasse ich in der Polarform, wie sie die Rechnung liefert, und in der sie auch weiterhin gebraucht werden. Bei den Umrechnungen von v und w , sowie später a_1, a_2 und p_1 wurde ausgiebig das Rechenverfahren mittels Gausscher Logarithmen herangezogen.

Koeffizient u_1 .Koeffizient u_2 .

log r	Anomalie	α^2	log r	Anomalie
0,01955	— 3° 34' 25"	0,2	9,99009	— 0° 2' 28"
0,02401	— 10° 14' 29"	0,4	9,98169	— 0° 10' 31"
0,00563	— 18° 15' 53"	0,6	9,97422	— 0° 30' 5"
9,96567	— 26° 3' 58"	0,8	9,96664	— 1° 1' 26"
9,90877	— 32° 42' 34"	1,0	9,95996	— 1° 43' 46"
9,73769	— 42° 2' —"	1,5	9,94097	— 4° 36' 4"
9,56805	— 44° —' 50"	2,0	9,91744	— 8° 58' 14"
9,41329	— 42° 32' 33"	2,5	9,88327	— 14° 34' 55"
9,01064	— 36° 11' 49"	4,0	9,75247	— 33° 30' 25"

Koeffizient v_1 .²⁾

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 525 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$	$\lambda = 750 \text{ m}\mu$
0,2	1,080 + $i \cdot 0,011$	1,153 + $i \cdot 0,020$	1,284 + $i \cdot 0,039$	1,375 + $i \cdot 0,049$
0,4	1,156 + $i \cdot 0,021$	1,308 + $i \cdot 0,039$	1,530 + $i \cdot 0,070$	1,660 + $i \cdot 0,080$
0,6	1,250 + $i \cdot 0,032$	1,459 + $i \cdot 0,057$	1,772 + $i \cdot 0,096$	2,04 + $i \cdot 0,117$
0,8	1,327 + $i \cdot 0,041$	1,609 + $i \cdot 0,078$	2,01 + $i \cdot 0,122$	2,33 + $i \cdot 0,144$
1,0	1,40 + $i \cdot 0,050$	1,763 + $i \cdot 0,088$	2,24 + $i \cdot 0,145$	2,63 + $i \cdot 0,171$
1,5	1,65 + $i \cdot 0,077$	2,16 + $i \cdot 0,128$	2,82 + $i \cdot 0,192$	3,35 + $i \cdot 0,230$
2,0	1,91 + $i \cdot 0,102$	2,58 + $i \cdot 0,164$	3,44 + $i \cdot 0,254$	4,09 + $i \cdot 0,289$
2,5	2,20 + $i \cdot 0,130$	3,05 + $i \cdot 0,205$	4,13 + $i \cdot 0,308$	4,92 + $i \cdot 0,356$
4,0	1,104 + $i \cdot 0,078$	—	—	—

1) R. Feick, Diss. Gießen 1925.

2) Diese und die folgenden Zahlen sind in der Dissertation meist auf eine Dezimale mehr berechnet.

Koeffizient w_1 .

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 525 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$	$\lambda = 750 \text{ m}\mu$
0,2	1,260 - i·0,099	1,342 - i·0,094	1,504 - i·0,088	1,609 - i·0,085
0,4	1,470 - i·0,344	1,663 - i·0,368	1,990 - i·0,403	2,04 - i·0,408
0,6	1,560 - i·0,680	1,834 - i·0,770	2,25 - i·0,900	2,59 - i·1,025
0,8	1,490 - i·0,996	1,730 - i·1,12	2,30 - i·1,45	2,67 - i·1,67
1,0	1,310 - i·1,21	1,551 - i·1,40	2,14 - i·1,88	2,51 - i·2,21
1,5	0,868 - i·1,42	1,150 - i·1,85	1,530 - i·2,41	1,816 - i·2,85
2,0	0,578 - i·1,39	0,801 - i·1,88	1,092 - i·2,49	1,290 - i·2,97
2,5	0,419 - i·1,32	0,594 - i·1,82	0,822 - i·2,46	0,972 - i·2,93
4,0	0,072 - i·0,367	—	—	—

Koeffizient v_2 .

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 525 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$	$\lambda = 750 \text{ m}\mu$
0,2	1,037 + i·0,006	1,074 + i·0,010	1,133 + i·0,020	1,186 + i·0,025
0,4	1,075 + i·0,010	1,147 + i·0,020	1,259 + i·0,037	1,358 + i·0,045
0,6	1,111 + i·0,015	1,219 + i·0,028	1,381 + i·0,052	1,519 + i·0,065
0,8	1,150 + i·0,021	1,288 + i·0,038	1,499 + i·0,065	1,676 + i·0,080
1,0	1,188 + i·0,024	1,361 + i·0,046	1,613 + i·0,078	1,821 + i·0,096
1,5	1,287 + i·0,036	1,536 + i·0,066	1,878 + i·0,114	2,18 + i·0,127
2,0	1,389 + i·0,049	1,714 + i·0,082	2,16 + i·0,134	2,51 + i·0,137
2,5	1,494 + i·0,059	1,916 + i·0,101	2,43 + i·0,158	2,85 + i·0,184
4,0	1,847 + i·0,095	—	—	—

Koeffizient w_2 .

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 525 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$	$\lambda = 750 \text{ m}\mu$
0,2	1,063 + i·0,005	1,101 + i·0,009	1,163 + i·0,019	1,217 + i·0,024
0,4	1,139 + i·0,004	1,215 + i·0,015	1,335 + i·0,032	1,439 + i·0,040
0,6	1,217 + i·0,001	1,336 + i·0,012	1,513 + i·0,029	1,665 + i·0,047
0,8	1,305 + i·0,013	1,461 + i·0,002	1,702 + i·0,026	1,905 + i·0,037
1,0	1,398 + i·0,038	1,603 + i·0,023	1,902 + i·0,002	2,15 + i·0,010
1,5	1,650 + i·0,155	1,973 + i·0,156	2,42 + i·0,151	2,78 + i·0,168
2,0	1,893 + i·0,376	2,34 + i·0,435	2,97 + i·0,507	3,45 + i·0,588
2,5	2,06 + i·0,708	2,66 + i·0,873	3,39 + i·1,07	3,97 + i·1,25
4,0	1,789 + i·1,72	—	—	—

Zur Ermittlung der Absorptionskurven sind bei den angesetzten Teilchengrößen außer der ersten elektrischen Welle, welche die sogenannte Rayleighsche Strahlung liefert, und die Müller bereits berechnet hat, die zweite elektrische und die erste magnetische Partialwelle erforderlich. Nachfolgend die nach Mie, a. a. O. S. 424, berechneten Größen a_2 und p_1 , zusammengestellt mit den ergänzten Größen a_1 :

Erste elektrische Partialwelle a_1 .

a^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 525 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$	$\lambda = 750 \text{ m}\mu$
0,0	+3,52 - i·1,55	1,590 - i·0,134	1,260 - i·0,051	1,170 - i·0,028
0,2	+2,54 - i·4,57	1,894 - i·0,431	1,446 - i·0,198	1,321 - i·0,145
0,4	-0,364 - i·3,47	1,908 - i·1,097	1,520 - i·0,534	1,371 - i·0,387
0,6	-0,693 - i·2,09	1,819 - i·1,584	1,320 - i·0,894	1,266 - i·0,716
0,8	-0,549 - i·1,44	0,747 - i·1,468	0,956 - i·1,051	0,981 - i·0,882
1,0	-0,408 - i·1,11	0,836 - i·1,240	0,633 - i·0,993	0,692 - i·0,877
1,5	-0,188 - i·0,673	0,119 - i·0,744	0,271 - i·0,666	0,320 - i·0,621
2,0	-0,076 - i·0,471	0,118 - i·0,519	0,174 - i·0,441	0,203 - i·0,414
2,5	-0,017 - i·0,351	0,089 - i·0,285	0,137 - i·0,307	0,173 - i·0,321
4,0	+0,113 - i·0,095	—	—	—

Zweite elektrische Partialwelle a_2 .

a^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 525 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$	$\lambda = 750 \text{ m}\mu$
0,2	0,045 - i·0,012	0,025 - i·0,002	0,020 - i·0,001	0,019 - i·0,0004
0,4	0,096 - i·0,029	0,050 - i·0,004	0,041 - i·0,002	0,038 - i·0,001
0,6	0,152 - i·0,055	0,077 - i·0,007	0,062 - i·0,003	0,058 - i·0,002
0,8	0,215 - i·0,098	0,106 - i·0,012	0,084 - i·0,005	0,078 - i·0,004
1,0	0,274 - i·0,168	0,136 - i·0,019	0,107 - i·0,009	0,099 - i·0,007
1,5	0,267 - i·0,461	0,217 - i·0,061	0,165 - i·0,029	0,149 - i·0,022
2,0	0,000 - i·0,540	0,278 - i·0,154	0,217 - i·0,078	0,199 - i·0,057
2,5	-0,113 - i·0,420	0,258 - i·0,277	0,241 - i·0,143	0,224 - i·0,111
4,0	-0,111 - i·0,265	—	—	—

Erste magnetische Partialwelle p_1 .

a^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 525 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$	$\lambda = 750 \text{ m}\mu$
0,2	0,024 + i·0,003	0,044 + i·0,005	0,074 + i·0,009	0,093 + i·0,010
0,4	0,041 + i·0,005	0,076 + i·0,009	0,111 + i·0,013	0,136 + i·0,014
0,6	0,058 + i·0,007	0,095 + i·0,012	0,135 + i·0,016	0,162 + i·0,018
0,8	0,068 + i·0,009	0,112 + i·0,015	0,148 + i·0,021	0,171 + i·0,024
1,0	0,074 + i·0,011	0,124 + i·0,018	0,154 + i·0,026	0,175 + i·0,030
1,5	0,089 + i·0,017	0,125 + i·0,028	0,154 + i·0,038	0,169 + i·0,044
2,0	0,093 + i·0,024	0,123 + i·0,038	0,145 + i·0,051	0,155 + i·0,057
2,5	0,092 + i·0,031	0,116 + i·0,049	0,133 + i·0,061	0,140 + i·0,067
4,0	0,086 + i·0,074	—	—	—

Daraus ergibt sich nun die Absorption K nach Mie (a. a. O. S. 437) zu

$$K = \frac{6\pi}{\lambda'} \cdot \Im(-a_1 - a_2 + p_1),$$

wobei die zugehörigen Teilchendurchmesser 2ρ nach der Formel

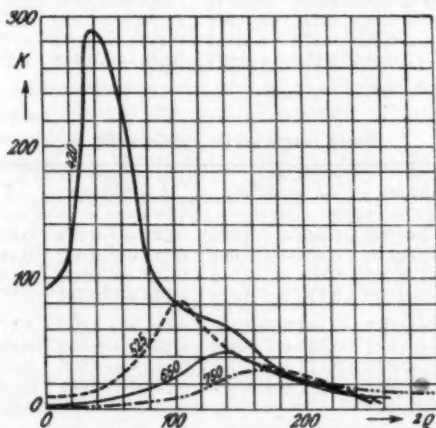
$$2\rho = \frac{\lambda'}{\pi} \sqrt{\alpha^2}$$

zu erhalten sind.

Absorption kolloidaler Silberlösungen, 10°K .

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$		$\lambda = 525 \text{ m}\mu$		$\lambda = 650 \text{ m}\mu$		$\lambda = 750 \text{ m}\mu$	
	2ρ	$10^3 \cdot K$	2ρ	$10^3 \cdot K$	2ρ	$10^3 \cdot K$	2ρ	$10^3 \cdot K$
0	0	93,6	0	6,46	0	1,97	0	0,94
0,2	44,6	276,5	55,9	21,10	69,3	8,01	80,2	5,19
0,4	63,1	211,9	79,1	53,49	98,1	21,25	113,6	13,47
0,6	77,3	190,4	96,8	77,29	120,1	35,35	139,0	24,65
0,8	89,3	93,6	111,8	72,04	138,7	41,70	160,5	30,48
1,0	99,8	77,9	125,0	61,53	155,0	39,80	179,5	30,62
1,5	122,2	69,5	153,1	40,14	190,0	28,42	214,9	23,01
2,0	141,1	62,5	176,8	34,10	219,2	22,07	253,9	17,69
2,5	157,7	48,4	197,8	29,33	245,6	19,79	283,9	16,72
4,0	199,3	26,1	—	—	—	—	—	—

Das Zahlenmaterial ist in beistehender Fig. 1 graphisch dargestellt. Es erübrigt sich, die Absorptionsspektren für eine



Absorption kolloidaler Silberlösungen ($K_\lambda = f(2\rho)$).

Fig. 1.

bestimmte Teilchengröße (entsprechend der Mieschen Fig. 25) zu konstruieren; denn der Verlauf der Kurven läßt schon er-

kennen, daß die Theorie hier innerhalb des ganzen fraglichen Intervalls stets nur gelbrot durchsichtige Sole liefert. Jedemfalls sollte auch noch bei einem Teilchendurchmesser von $160\text{ m}\mu$ die Blauabsorption bei weitem die Absorption der längeren Wellen überragen. Erst oberhalb $200\text{ m}\mu$ — bei $100\text{ m}\mu$ zieht man schon die Grenze zwischen Mikronen und Submikronen — kommen die Absorptionskurven für Gelb und Rot auf die Höhe derjenigen für Blau herauf, überschneiden sie aber nur ganz wenig. Das überwiegende Grau jener groben Suspensionen könnte demnach höchstens einen ganz matten Farbschimmer aufweisen.

Silberhydrossole sollten hiernach mit wachsender Teilchengröße schwächer in ihrem gelbroten Farbton und schließlich grauweiß werden, ohne vorher einen Farbenwechsel rot \rightarrow blau \rightarrow grün durchzumachen. Da es aber wohl unstreitig feststeht, daß die von Zsigmondy sowie Schaum und Lang durchgeführten Operationen eine Teilchenvergrößerung zur Folge haben, da außerdem offenkundig die Größe der Teilchen jener Sole in das Intervall $\text{m}\mu$ gehört, läßt sich die Folgerung nicht umgehen, daß die Miesche Theorie in ihrer einfachsten Form nicht ausreicht zur Deutung der beobachteten Verfärbungen. Es bleibt jedoch um so beachtenswerter, daß sie ganz mit der Erfahrung übereinstimmende Resultate liefert, soweit es sich um die diffuse *Ausstrahlung* der Silberpartikel handelt. Allerdings fehlt es noch an einer exakten Teilchenzählung zur Größenbestimmung derselben. Wenn auch dem Schluß, daß die Absorptionsfarbe komplementär zur Eigenfarbe der Teilchen sei, sicherlich eine allgemeine Bedeutung nicht zukommt, so ist er doch wenigstens beim kolloidalen Silber durch die Erfahrung durchaus gerechtfertigt.

Vermutlich dürfte der weitere Ausbau, den die Miesche Theorie im Sinne ihres Urhebers durch Rich. Gans¹⁾ erfahren hat und noch erfährt, in der Lage sein, die angetroffenen Schwierigkeiten nahezu völlig zu beheben. Zeigt doch Gans, daß bei ein und derselben Teilchengröße Formänderungen des Teilchens zu langgestreckten oder abgeplatteten Ellipsoiden

1) R. Gans, Ann. d. Phys. [4] 29. S. 277. 1909; 37. S. 881. 1912; 62. S. 831. 1920; 76. S. 29. 1925; Physik. Ztschr. 13. S. 1185. 1912.

genügen, um das Absorptionsmaximum ganz beträchtlich zu verschieben und den Farbton u. U. viel lebhafter zu machen. Vermittelst seines Azimuteffektes am ultramikroskopischen sogenannten Funkelphänomen hat Szegvari¹⁾ mittlerweile experimentell bestätigt, daß die Silberteilchen des Silbersols in der Tat nicht kugelförmig sind. Erst exakte Messungen des Polarisationsgrades der diffusen Ausstrahlung könnten Mittel an die Hand geben, über die wahre Teilchenform (Mie nimmt Kugeln oder nach den drei Hauptrichtungen gleichmäßig ausgebildete Kristalle an), die man bei den einzelnen Silberkolloiden zugrunde zu legen hat, Aufschluß zu erhalten.

Das durchaus leichte, sogar bevorzugte Auftreten anomaler Silbersole und die komplizierten Erscheinungen bei den Färbungen der Photohaloide, die mit denen der Silbersole in einem ursächlichem Zusammenhang stehen, lassen indes befürchten, daß die Miesche Theorie niemals alle Feinheiten des ganzen Problems erschließen wird. Weigert²⁾ hat sich bereits genötigt gesehen, der älteren Maxwell-Garnettschen³⁾ Theorie einen gewissen Gültigkeitsbereich einzuräumen.

§ 2. Die Diffusion von Quecksilbersol.

Verschiedene Umstände lassen nun vermuten, daß beim *Quecksilber* die Voraussetzungen der Mieschen Theorie in höherem Maße erfüllt seien als sonst, in erster Linie sein flüssiger Aggregatzustand. Sein Charakter als Endglied in der Reihe der Edelmetalle sichert die Brauchbarkeit als metallisches Dispersum; seine nahe Analogie mit dem Silber in optischer Hinsicht gestattet eine eingehende Vergleichung. Läge hier dieselbe anomale Form und Mizellarstruktur der Kolloidteilchen vor, so sollte erwartet werden, daß farbige Quecksilbersole eine ähnliche Verbreitung besäßen wie farbige Silbersole. Es sind jedoch nur gelbbraun bis rotbraun durchsichtige Systeme mittleren Dispersitätsgrades bekannt, übereinstimmend mit der primitiven Mieschen Theorie, wie man schon aus den Berechnungen am Silber schließen darf.

1) A. Szegvari, Ztschr. f. phys. Chem. 112. S. 295. 1924.

2) F. Weigert, Ztschr. f. Phys. 5. S. 410. 1921.

3) J. Cl. Maxwell-Garnett, Phil. Trans. 203. S. 385. 1904; 205. S. 287. 1906.

1	W.
5,5	0,8
11,1	0,7
22,2	0,7
33,3	—
44,4	0,7
55,5	—
66,6	0,7
77,7	0,7
88,8	0,7
99,9	—
110,0	0,7
121,1	—
132,2	—
143,3	—
154,4	—
165,5	—
176,6	—
187,7	—
198,8	—
209,9	—
220,0	—
231,1	—
242,2	—
253,3	—
264,4	—
275,5	—
286,6	—
297,7	—
308,8	—
319,9	—
330,0	—
341,1	—
352,2	—
363,3	—
374,4	—
385,5	—
396,6	—
407,7	—
418,8	—
429,9	—
440,0	—
451,1	—
462,2	—
473,3	—
484,4	—
495,5	—
506,6	—
517,7	—
528,8	—
539,9	—
550,0	—
561,1	—
572,2	—
583,3	—
594,4	—
605,5	—
616,6	—
627,7	—
638,8	—
649,9	—
660,0	—
671,1	—
682,2	—
693,3	—
704,4	—
715,5	—
726,6	—
737,7	—
748,8	—
759,9	—
770,0	—
781,1	—
792,2	—
803,3	—
814,4	—
825,5	—
836,6	—
847,7	—
858,8	—
869,9	—
880,0	—
891,1	—
902,2	—
913,3	—
924,4	—
935,5	—
946,6	—
957,7	—
968,8	—
979,9	—
990,0	—

S. 1

Giel

Vor kurzer Zeit ist es mir aber durch Anwendung organischer Reduktionsmittel gelungen, gelatinöse Quecksilbersole von ganz verschiedenen Aufsichts- und Durchsichtsfarben darzustellen.¹⁾ Und zwar stellte es sich heraus, daß Farbdifferenzierungen erst im Gebiet ganz grob disperser Systeme eintreten. Die Sole waren im allgemeinen nur während einiger Stunden stabil, günstigenfalls eine Woche lang.

Dieser Befund gab Veranlassung, die Miesche Theorie für das System Quecksilber-in-Wasser durchzurechnen. Ich beschränke mich auf Eigenstrahlung und Absorption, lasse Polarisation und Dispersion außer acht. Als Unterlage für die Rechnung dienten die Werte der optischen Konstanten $k = \kappa \cdot \nu$ = Absorptionsvermögen und R = Reflexionsvermögen, wie sie von W. Meyer²⁾ gemessen worden sind. Mit Rücksicht auf die experimentellen Ergebnisse wurde der Ansatz gleich für Teilchendurchmesser bis $300 \text{ m}\mu$ gemacht und, um ein lückenloses Bild zu gewinnen, die Rechnung auf sieben verschiedene Wellenlängen ausgedehnt, wovon ich hier nur vier angebe.³⁾

1	W. Meyer		Angenommen		m	m_0	m'^2	$\lambda' ^\circ$
	R	$\kappa \cdot \nu$	R	$\kappa \cdot \nu$				
5,5	0,657	2,26	0,657	2,76	0,647 - i·2,26	1,3534	-2,560 - i·1,597	240,5
11,1	0,706	2,72	0,706	2,72	0,854 - i·2,72	1,3474	-3,673 - i·2,559	268
16,7	0,731	3,17	—	—	—	—	—	—
22,2	—	—	0,737	3,30	0,970 - i·3,30	1,3417	-5,527 - i·3,555	313
27,8	0,742	3,42	—	—	—	—	—	—
33,3	—	—	0,744	3,51	1,059 - i·3,51	1,3394	-6,243 - i·4,142	336
38,9	0,747	3,68	—	—	—	—	—	—
44,4	—	—	0,746	3,87	1,283 - i·3,87	1,3365	-7,463 - i·5,562	374
50,0	0,746	3,92	—	—	—	—	—	—
55,6	—	—	0,748	4,02	1,373 - i·4,02	1,3354	-8,005 - i·6,190	393
61,1	—	—	0,750	4,17	1,468 - i·4,17	1,3344	-8,556 - i·6,876	412
66,7	0,753	4,41	—	—	—	—	—	—
72,2	—	—	0,755	4,45	1,641 - i·4,45	1,3327	-9,634 - i·8,223	450
77,8	—	—	0,764	4,64	1,700 - i·4,64	1,3313	-10,519 - i·8,897	488
83,3	0,767	4,70	—	—	—	—	—	—

1) R. Feick, erscheint in Kolloidtschr. 1925.

2) W. Meyer, Diss. Göttingen 1910; Ann. d. Phys. [4] 31. S. 1017. 1910.

3) Betreffs $\lambda = 450 \text{ m}\mu$, $\lambda = 525 \text{ m}\mu$, $\lambda = 600 \text{ m}\mu$ vgl. meine Diss., Gießen 1925.

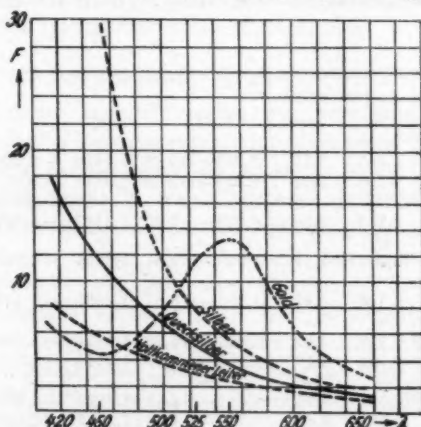
Ich beginne damit, die Ausstrahlung einer unendlich feinen, jedoch noch nicht als ionisiert zu betrachtenden Quecksilbersuspension zu berechnen. Sie ist nach Lord Rayleigh¹⁾ und Mie (a. a. O., Formel 92):

$$F_{\infty} = \frac{24\pi^3}{\lambda'^4} \cdot |(a_1)_0|^2 = \frac{24\pi^3}{\lambda'^4} \cdot \left| \frac{m'^2 - 1}{m'^2 + 2} \right|^2.$$

Ausstrahlung unendlich feiner Suspensionen.

λ	$(a_1)_0$	$ (a_1)_0 ^2$	$F_{\infty} \cdot 10^{-10}$
325,5	1,587 - i·1,673	5,316	118,2
361,1	1,537 - i·0,821	3,037	43,81
420	1,422 - i·0,425	2,203	17,08
450	1,362 - i·0,353	1,980	11,56
500	1,270 - i·0,275	1,687	6,418
525	1,242 - i·0,250	1,605	5,009
550	1,218 - i·0,229	1,536	3,966
600	1,182 - i·0,196	1,435	2,605
650	1,169 - i·0,176	1,396	1,832

Ein Vergleich dieser Strahlung mit der entsprechenden von Silber und Gold (Fig. 2) ist geeignet, ein ungefähres Bild



Ausstrahlung unendlich feiner Suspensionen ($F_{\infty} = f(\lambda)$).

Fig. 2.

zu geben von dem, was man an Besonderheiten beim Quecksilber zu erwarten hat. Die Abweichungen der Größe $|(a_1)_0|^2$ von der Einheit charakterisieren zugleich vortrefflich das

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. [4] 41. 1871; [5] 12. 1881; 47. S. 379. 1899.

ganze optische Verhalten des Quecksilbers. Es nimmt eine Mittelstellung zwischen dem Silber und dem absoluten Leiter ein.

Will man die Strahlung größerer Teilchen finden, so empfiehlt es sich, zunächst gewisse Koeffizienten f, g, h, k zu berechnen, deren Werte man nach den Formeln (27—30), (54) und (56) bei Mie aus folgenden gut konvergierenden Potenzreihen findet:

$$f_{\nu} = 1 + \sum_{\sigma=1}^{\infty} (-1)^{\sigma} \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot (2\sigma + 1)}{(2\nu + 3)(2\nu + 5) \cdot (2\nu + 2\sigma + 1)} \cdot \frac{\alpha^{2\sigma}}{(2\sigma + 1)!};$$

$$f'_{\nu} = 1 + \sum_{\sigma=1}^{\infty} (-1)^{\sigma} \cdot \frac{\nu + 2\sigma + 1}{\nu + 1} \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot (2\nu + 1)}{(2\nu + 3)(2\nu + 5) \cdot (2\nu + 2\sigma + 1)} \cdot \frac{\alpha^{2\sigma}}{(2\sigma + 1)!};$$

$$h_{\nu} = 1 + \sum_{\sigma=1}^{\frac{\nu(-1)}{2}} \frac{(\nu - \sigma)_{\sigma} (-1)^{\sigma}}{(2\nu - 1)(2\nu - 3) \cdot (2\nu - 2\sigma + 1)} \cdot \frac{\alpha^{2\sigma}}{1 \cdot 3 \cdot (2\sigma - 1)!};$$

$$h'_{\nu} = 1 + \sum_{\sigma=1}^{\frac{\nu(+1)}{2}} (-1)^{\sigma} \cdot \frac{(\nu - \sigma) + \frac{2\sigma - 1}{\nu} (\nu - \sigma)_{\sigma-1}}{(2\nu - 1)(2\nu - 3) \cdot (2\nu - 2\sigma + 1)} \cdot \frac{\alpha^{2\sigma}}{1 \cdot 3 \cdot (2\sigma - 1)!};$$

$$k_{\nu} = 1 + \sum_{\sigma=1}^{\frac{\nu(+1)}{2} - 1} \frac{(\nu - \sigma - 1)_{\sigma} (-1)^{\sigma}}{(2\nu - 1)(2\nu - 3) \cdot (2\nu - 2\sigma + 1)} \cdot \frac{\alpha^{2\sigma}}{1 \cdot 3 \cdot (2\sigma + 1)!};$$

$$k'_{\nu} = 1 + \sum_{\sigma=1}^{\frac{\nu(-1)}{2}} (-1)^{\sigma} \cdot \frac{(\nu - \sigma - 1)_{\sigma} + \frac{2\sigma + 1}{\nu} (\nu - \sigma - 1)_{\sigma-1}}{(2\nu - 1)(2\nu - 3) \cdot (2\nu - 2\sigma + 1)} \cdot \frac{\alpha^{2\sigma}}{1 \cdot 3 \cdot (2\sigma + 1)!};$$

Für g und g' hat man dieselben Reihen wie für f und f' , wenn man statt α^2 einsetzt $\beta^2 = m'^2 \cdot \alpha^2$. Die Koeffizienten f, h, k sind daher für alle Materialien brauchbar, während g und g' von den optischen Eigenschaften der beiden Komponenten des kolloiden Systems abhängen. α^2 ist ein willkürliches, möglichst einfach zu wählendes Argument, mit welchem man in die Rechnung eingeht, und das nach Mie, Formel (53) in folgender direkten Beziehung zum Teilchendurchmesser 2ρ steht:

$$2\rho = \frac{\lambda'}{\pi} \sqrt{\alpha^2}.$$

Die zu jedem Wert von α^2 gehörenden Teilchendurchmesser kann man aus folgender Tabelle entnehmen.

Teilchendurchmesser.

α^2	$\lambda = 420$	$\lambda = 450$	$\lambda = 500$	$\lambda = 525$	$\lambda = 550$	$\lambda = 600$	$\lambda = 650$	$\lambda = 750$
0,2	44,6	47,8	53,2	55,9	58,6	64,0	69,3	80,2
0,4	63,1	67,6	75,2	79,1	82,9	90,5	98,1	118,6
0,6	77,3	82,9	92,2	96,8	101,5	110,8	120,1	139,0
0,8	89,3	95,8	106,5	111,8	117,2	128,0	138,7	160,5
1,0	99,8	107,0	119,0	125,0	131,0	143,0	153,0	179,5
1,5	122,2	131,1	145,8	153,1	160,5	175,2	190,0	214,9
2,0	141,1	151,3	168,3	176,8	185,3	202,2	219,2	253,9
2,5	157,7	169,1	188,2	197,8	207,4	229,1	245,6	283,9
3,0	172,6	185,2	206,2	216,7	227,1	248,1	269,1	311,0
4,0	199,3	213,9	238,1	250,2	262,3	286,5	310,7	359,1
5,0	222,8	239,2	266,2	280,4	293,3	320,3	347,3	401,4
8,0	281,9	—	—	—	—	—	—	—

Ich habe mich hier und im folgenden auf die beiden ersten Koeffizienten jeder Gruppe, die zur Berechnung der beiden ersten elektrischen und magnetischen Partialschwingungen benötigt werden, beschränkt. Die Zahlenwerte für f , g , h , k können in meiner Dissertation nachgelesen werden.

Die nächste Etappe wird durch die Berechnung der Quotienten u , v und w aus der Gleichung (57) bei Mie dargestellt. Ich belasse wieder das von Wellenlänge und Materialkonstanten unabhängige μ in der brauchbareren trigonometrischen Form; die spezifischen Größen v und w werden indessen auch weiterhin in der Cartesischen Form benötigt.

$$\text{Koeffizient } u_1 = e^{i\alpha} \cdot \frac{f_1'}{h_1' + i\alpha k_1'} \quad \text{Koeffizient } u_2 = e^{i\alpha} \cdot \frac{f_2'}{h_2' + i\alpha k_2'}$$

$\log r$	Anomalie	α^2	$\log r$	Anomalie
0,01955	— 3° 34' 25''	0,2	9,99009	— 0° 2' 28''
0,02401	— 10° 14' 29''	0,4	9,98169	— 0° 10' 31''
0,00563	— 18° 15' 58''	0,6	9,97422	— 0° 30' 5''
9,96567	— 26° 3' 58''	0,8	9,96664	— 1° 1' 26''
9,90877	— 32° 42' 34''	1,0	9,95996	— 1° 43' 46''
9,73769	— 42° 2' —''	1,5	9,94097	— 4° 36' 4''
9,56805	— 44° —' 50''	2,0	9,91744	— 8° 58' 14''
9,41329	— 42° 48' 32''	2,5	9,88327	— 14° 34' 55''
9,26676	— 40° 32' 33''	3,0	9,83442	— 21° 26' 8''
9,01064	— 36° 11' 49''	4,0	9,75247	— 33° 30' 25''
8,78537	— 29° 21' 2''	5,0	9,51932	— 38° 48' 39''
7,66613	— 4° 33' 7''	8,0	8,98244	— 24° 31' 23''

$$\text{Koeffizient } v_1 = \frac{f_1}{f_1'} \cdot \frac{g_1'}{g_1}.$$

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 500 \text{ m}\mu$	$\lambda = 550 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$
0,2	1,134 + i·0,069	1,170 + i·0,106	1,191 + i·0,127	1,231 + i·0,162
0,4	1,264 + i·0,132	1,339 + i·0,198	1,383 + i·0,240	1,459 + i·0,298
0,6	1,397 + i·0,191	1,524 + i·0,287	1,560 + i·0,337	1,681 + i·0,419
0,8	1,533 + i·0,249	1,680 + i·0,362	1,764 + i·0,432	1,904 + i·0,526
1,0	1,673 + i·0,302	1,854 + i·0,436	1,955 + i·0,518	2,125 + i·0,639
1,5	2,034 + i·0,422	2,299 + i·0,611	2,445 + i·0,721	2,698 + i·0,884
2,0	2,428 + i·0,566	2,756 + i·0,781	2,954 + i·0,917	3,255 + i·1,083
2,5	2,918 + i·0,717	3,266 + i·0,954	3,524 + i·1,126	3,894 + i·1,347
3,0	3,387 + i·0,862	3,866 + i·1,166	4,202 + i·1,368	4,637 + i·1,612
4,0	4,730 + i·1,258	5,371 + i·1,714	5,921 + i·1,963	—
5,0	6,982 + i·1,899	—	—	—
8,0	-40,37 - i·11,44	—	—	—

$$\text{Koeffizient } w_1 = \frac{h_1 + i \alpha k_1}{h_1' + i \alpha k_1'} \cdot \frac{g_1'}{g_1}.$$

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 500 \text{ m}\mu$	$\lambda = 550 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$
0,2	1,329 - i·0,036	1,376 + i·0,0004	1,403 + i·0,022	1,452 + i·0,059
0,4	1,638 - i·0,237	1,754 - i·0,177	1,823 - i·0,138	1,937 - i·0,089
0,6	1,836 - i·0,567	2,049 - i·0,521	2,122 - i·0,480	2,319 - i·0,448
0,8	1,871 - i·0,928	2,120 - i·0,919	2,267 - i·0,909	2,494 - i·0,915
1,0	1,772 - i·1,230	2,055 - i·1,275	2,219 - i·1,289	2,466 - i·1,347
1,5	1,358 - i·1,596	1,648 - i·1,739	1,815 - i·1,816	2,054 - i·1,967
2,0	1,059 - i·1,656	1,275 - i·1,866	1,458 - i·1,955	1,667 - i·2,130
2,5	0,884 - i·1,663	1,057 - i·1,838	1,226 - i·1,968	1,417 - i·2,160
3,0	0,752 - i·1,599	0,948 - i·1,808	1,081 - i·1,956	1,238 - i·2,140
4,0	0,619 - i·1,531	0,799 - i·1,727	0,905 - i·1,901	—
5,0	0,548 + i·1,479	—	—	—
8,0	0,462 + i·1,391	—	—	—

$$\text{Koeffizient } v_2 = \frac{f_2}{f_2'} \cdot \frac{g_2'}{g_2}.$$

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 500 \text{ m}\mu$	$\lambda = 550 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$
0,2	1,061 + i·0,033	1,082 + i·0,051	1,093 + i·0,064	1,110 + i·0,081
0,4	1,123 + i·0,064	1,160 + i·0,099	1,180 + i·0,120	1,219 + i·0,152
0,6	1,186 + i·0,094	1,239 + i·0,135	1,270 + i·0,174	1,325 + i·0,218
0,8	1,248 + i·0,125	1,321 + i·0,185	1,362 + i·0,228	1,433 + i·0,277
1,0	1,303 + i·0,137	1,402 + i·0,226	1,444 + i·0,273	1,538 + i·0,334
1,5	1,471 + i·0,209	1,615 + i·0,327	1,677 + i·0,380	1,799 + i·0,459
2,0	1,637 + i·0,280	1,798 + i·0,403	1,891 + i·0,479	2,046 + i·0,570
2,5	1,803 + i·0,339	1,998 + i·0,486	2,119 + i·0,572	2,304 + i·0,685
3,0	1,974 + i·0,392	2,193 + i·0,591	2,346 + i·0,675	2,544 + i·0,777
4,0	2,356 + i·0,512	2,616 + i·0,717	2,826 + i·0,844	—
5,0	2,740 + i·0,656	—	—	—
8,0	4,530 + i·1,164	—	—	—

$$\text{Koeffizient } w_2 = \frac{h_2 + i a k_2}{h_2' + i a k_2'} \cdot \frac{g_2}{g_2'}.$$

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 500 \text{ m}\mu$	$\lambda = 550 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$
0,2	1,088 + i·0,083	1,110 + i·0,051	1,121 + i·0,065	1,139 + i·0,081
0,4	1,193 + i·0,062	1,280 + i·0,098	1,251 + i·0,121	1,292 + i·0,154
0,6	1,300 + i·0,085	1,359 + i·0,128	1,394 + i·0,171	1,455 + i·0,219
0,8	1,420 + i·0,102	1,505 + i·0,168	1,552 + i·0,210	1,634 + i·0,268
1,0	1,540 + i·0,088	1,658 + i·0,216	1,718 + i·0,240	1,822 + i·0,338
1,5	1,918 + i·0,087	2,114 + i·0,165	2,202 + i·0,223	2,364 + i·0,346
2,0	2,302 - i·0,143	2,559 - i·0,028	2,715 + i·0,045	2,948 + i·0,120
2,5	2,619 - i·0,490	2,974 - i·0,393	3,184 - i·0,341	3,495 - i·0,283
3,0	2,807 - i·0,954	3,234 - i·0,860	3,490 - i·0,866	3,819 - i·0,883
4,0	2,665 - i·1,837	3,104 - i·1,903	3,421 - i·1,993	—
5,0	2,491 - i·2,054	—	—	—
8,0	1,669 - i·2,148	—	—	—

Ich berechne nunmehr die für die beiden ersten elektrischen und die erste magnetische Welle charakteristischen Größen aus den Formeln (92) und (94) bei Mie.

$$\text{Koeffizient } a_1 = u_1 \cdot \frac{m'^2 - v_1}{m'^2 + 2 v_1} \text{ der ersten elektrischen Partialwelle.}$$

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 500 \text{ m}\mu$	$\lambda = 550 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$
0	1,422 - i·0,425	1,270 - i·0,275	1,218 - i·0,229	1,169 - i·0,176
0,2	1,533 - i·0,770	1,386 - i·0,490	1,323 - i·0,425	1,290 - i·0,346
0,4	1,304 - i·1,197	1,306 - i·0,857	1,287 - i·0,748	1,270 - i·0,634
0,6	0,832 - i·1,345	0,991 - i·1,080	1,013 - i·0,977	1,030 - i·0,891
0,8	0,456 - i·1,218	0,631 - i·1,076	0,683 - i·1,010	0,741 - i·0,926
1,0	0,248 - i·1,016	0,392 - i·0,945	0,443 - i·0,910	0,500 - i·0,864
1,5	0,093 - i·0,632	0,164 - i·0,613	0,192 - i·0,600	0,223 - i·0,584
2,0	0,073 - i·0,426	0,114 - i·0,407	0,129 - i·0,402	0,147 - i·0,393
2,5	0,069 - i·0,305	0,097 - i·0,289	0,104 - i·0,284	0,116 - i·0,276
3,0	0,067 - i·0,224	0,082 - i·0,210	0,087 - i·0,206	0,095 - i·0,199
4,0	0,055 - i·0,138	0,063 - i·0,126	0,064 - i·0,122	—
5,0	0,044 - i·0,084	—	—	—
8,0	0,012 + i·0,014	—	—	—

Koeffizient $a_2 = \frac{\alpha^2}{12} \cdot u_2 \cdot \frac{m'^2 - v_2}{m'^2 + 1,5 w_2}$ der zweiten elektr. Partialwelle.

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 500 \text{ m}\mu$	$\lambda = 550 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$
0,2	0,023 - i·0,005	0,021 - i·0,004	0,020 - i·0,003	0,019 - i·0,002
0,4	0,046 - i·0,012	0,042 - i·0,008	0,040 - i·0,007	0,039 - i·0,005
0,6	0,070 - i·0,020	0,063 - i·0,013	0,061 - i·0,011	0,058 - i·0,010
0,8	0,094 - i·0,030	0,085 - i·0,020	0,081 - i·0,017	0,078 - i·0,014
1,0	0,118 - i·0,043	0,106 - i·0,029	0,102 - i·0,025	0,099 - i·0,020
1,5	0,172 - i·0,096	0,160 - i·0,067	0,153 - i·0,057	0,148 - i·0,047
2,0	0,193 - i·0,174	0,190 - i·0,125	0,186 - i·0,110	0,182 - i·0,093
2,5	0,161 - i·0,240	0,182 - i·0,188	0,184 - i·0,169	0,187 - i·0,148
3,0	0,101 - i·0,262	0,141 - i·0,226	0,149 - i·0,209	0,159 - i·0,188
4,0	0,083 - i·0,255	0,073 - i·0,241	0,084 - i·0,234	—
5,0	0,011 - i·0,186	—	—	—
8,0	0,040 - i·0,087	—	—	—

Koeffizient $p_1 = u_1 \cdot \frac{v_1 - 1}{1 + 2 w_1}$ der ersten magnetischen Partialwelle.

α^2	$\lambda = 420 \text{ m}\mu$	$\lambda = 500 \text{ m}\mu$	$\lambda = 550 \text{ m}\mu$	$\lambda = 650 \text{ m}\mu$
0,2	0,039 + i·0,018	0,051 + i·0,027	0,055 + i·0,031	0,066 + i·0,038
0,4	0,067 + i·0,028	0,084 + i·0,038	0,093 + i·0,044	0,108 + i·0,050
0,6	0,088 + i·0,034	0,108 + i·0,044	0,114 + i·0,049	0,131 + i·0,054
0,8	0,100 + i·0,037	0,119 + i·0,047	0,129 + i·0,051	0,144 + i·0,056
1,0	0,109 + i·0,039	0,127 + i·0,049	0,137 + i·0,053	0,150 + i·0,057
1,5	0,117 + i·0,045	0,132 + i·0,054	0,139 + i·0,058	0,149 + i·0,061
2,0	0,114 + i·0,052	0,125 + i·0,058	0,130 + i·0,063	0,137 + i·0,067
2,5	0,108 + i·0,057	0,115 + i·0,066	0,119 + i·0,069	0,123 + i·0,073
3,0	0,099 + i·0,059	0,104 + i·0,067	0,107 + i·0,071	0,110 + i·0,075
4,0	0,087 + i·0,064	0,087 + i·0,069	0,089 + i·0,072	—
5,0	0,069 + i·0,064	—	—	—
8,0	0,024 - i·0,054	—	—	—

Bei der Berechnung der diffusen seitlichen Ausstrahlung kommt nach der ersten elektrischen Welle erst wieder die dritte elektrische und die zweite magnetische in Betracht¹⁾, so daß man nach Mies Überlegungen bei den auch hier zugrunde gelegten Teilchengrößen mit der Rayleighschen Strahlung allein auskommt. Sie ergibt sich nach Formel (87) zu

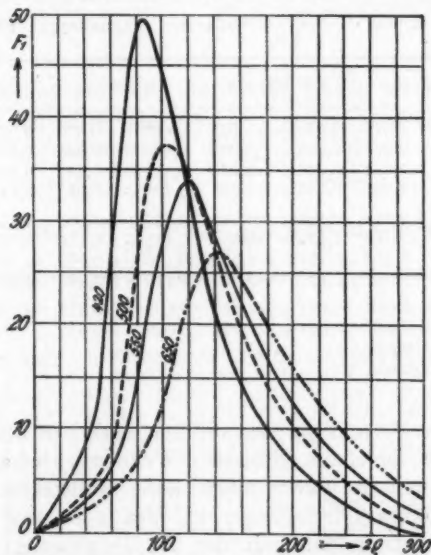
$$F_1 = \frac{4\pi}{\lambda'} \cdot \alpha^3 \cdot |a_1|^2.$$

1) G. Mie, a. a. O., vgl. Formeln (81—83), (86).

Rayleighsche Strahlung, $F_1 \cdot 10^{-2}$.

α^2	420	450	500	525	550	600	650
0,2	10,57	8,81	6,50	5,94	5,27	4,58	4,11
0,4	32,54	26,85	20,74	18,75	17,11	14,56	13,11
0,6	45,72	41,47	33,55	30,60	28,07	24,45	22,20
0,8	48,59	44,29	37,41	34,76	33,79	28,67	26,26
1,0	48,87	40,77	35,18	33,09	31,26	27,72	25,65
1,5	30,08	28,33	24,83	23,49	22,22	20,07	18,51
2,0	21,22	19,77	17,01	16,28	15,34	13,88	12,88
2,5	15,51	14,24	12,32	11,68	11,01	9,87	9,13
3,0	11,41	10,45	8,89	8,41	7,94	7,10	6,52
4,0	7,11	6,31	5,31	4,95	4,62	—	—
5,0	4,08	3,59	—	—	—	—	—
8,0	0,31	—	—	—	—	—	—

Die Maßeinheiten sind hier und bei den übrigen Zahlenangaben stets die gleichen wie bei Mie und Müller, für die

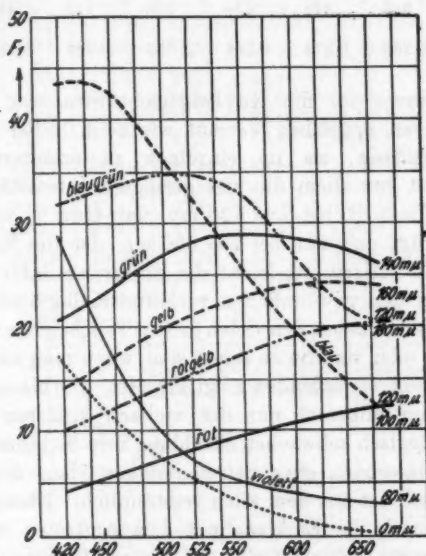


„Optische Resonanz“ von Quecksilberkugeln, $F_1 = f(2\rho)$.

Fig. 3.

Länge das Millimeter, für die Konzentration das Kubikmillimeter des Metalls im Kubikmillimeter Wasser. Aus den das Zahlenmaterial dieser Tabelle darstellenden Kurven der schein-

baren optischen Resonanz von Quecksilberkugeln (Fig. 3) gewinnt man leicht die Energiespektren für jede beliebige Teilchengröße, wie sie in folgender Tabelle zusammengestellt sind (vgl. Fig. 4).



Ausstrahlung kolloidaler Quecksilberlösungen, $F_{\lambda} = f(\lambda)$.

Fig. 4.

Ausstrahlung isodisperser Quecksilberlösungen.

2φ	420	450	500	525	550	600	650
40	8,6	6,5	4,0	3,4	2,8	1,8	1,4
60	27,7	18,5	9,7	7,4	6,0	4,0	3,1
80	48,0	39,0	25,0	19,4	15,2	10,2	6,9
100	44,1	43,2	37,2	32,5	27,5	19,8	13,4
120	31,8	33,3	35,0	34,2	33,4	27,5	22,0
140	20,7	23,7	27,5	28,1	28,8	23,2	26,4
160	14,5	16,1	19,9	21,5	22,3	24,1	24,4
180	10,1	11,5	14,4	15,8	17,1	19,4	20,3
200	6,7	8,1	10,3	11,3	12,6	14,5	16,2
220	4,5	5,4	7,3	8,1	9,1	11,0	13,1
240	2,5	3,4	4,8	5,6	6,7	8,1	9,8
260	1,1	1,6	3,0	3,5	4,8	5,5	7,0

Durchmesser der stärkst strahlenden Teilchen.

	420	450	500	525	550	600	650
$2 \varrho_{\max}$	84	92	105	111	117	130	142
λ'	313	336	374	393	412	450	483
$\frac{2 \varrho_{\max}}{\lambda'}$	0,268	0,274	0,281	0,282	0,284	0,289	0,291

Die Kurven für die Rayleighsche Strahlung zeigen im großen ganzen denselben Verlauf wie beim Silber und es ist daher überflüssig, sie im einzelnen zu erläutern. Unterscheidend ist vor allem die viel geringere Intensität der Ausstrahlung, die z. B. bei $\lambda = 420 \text{ m}\mu$ nur etwa $\frac{1}{4}$ von der des Silbers beträgt und nur bei $\lambda = 650 \text{ m}\mu$ der des Silbers etwa gleichkommt. Hierin ist leicht die Erklärung dafür zu finden, daß auch in den gewöhnlichen, verhältnismäßig hoch dispersen Quecksilbersolen neben den vielen gelben Teilchen nur unerwartet wenig blaue oder violette zu sehen sind, wenn man nicht mit besonderen Gesichtsfeldblenden u. dgl. arbeitet. Die blauen Teilchen verdanken im Silbersol nur der vielfach größeren Intensität ihrer physiologisch schwachen Strahlung ihre Sichtbarkeit. Der schlecht definierbare, etwa petroleumblaue Glanz der üblichen Quecksilbersole ist aus dem allen verständlich. Ebenso befindet sich die Theorie im Einklang mit dem Auftreten entschieden grüner und roter Aufsichtsfarben bei weniger dispersen Systemen.

Ein zweiter Unterschied gegenüber dem Silber ist darin zu sehen, daß beim Quecksilbersol die Maxima der monochromatischen Strahlungen dichter zusammengedrückt sind, d. h., daß sich der Übergang der blauen zu roten Teilchen auf einem viel kleineren Intervall vollzieht als dort. So sind (s. obige Tabelle) die Durchmesser der stärkst strahlenden Teilchen für die Wellenlängen $420 \text{ m}\mu$ und $650 \text{ m}\mu$ beim Silber 54 bzw. $143 \text{ m}\mu$, beim Quecksilber 84 bzw. $142 \text{ m}\mu$; das bedeutet, daß das Übergangsintervall von etwa $40\text{--}180 \text{ m}\mu$ auf $70\text{--}160 \text{ m}\mu$ verengt ist.

§ 3. Die Absorption von Quecksilbersol.

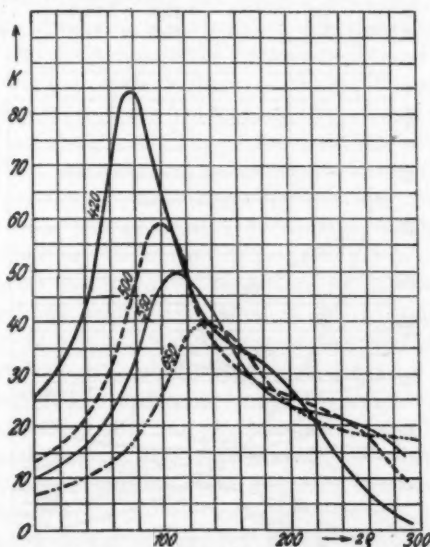
Ich gehe schließlich zur Berechnung der Absorption über. Diese ist nach Mie, Formel (100), gegeben durch

$$K = \frac{6\pi}{\lambda'} \cdot \Im(-a_1 - a_2 + p_1).$$

Nachfolgende Tabelle enthält die Werte $10^{-3} \cdot K$ wie bei Mie (vgl. Fig. 5).

Absorption $K_1 \cdot 10^{-3}$ kolloidaler Quecksilberlösungen.

α^3	420	450	500	525	550	600	650
0	25,61	19,83	13,84	11,98	10,46	8,21	6,80
0,2	47,83	37,69	26,23	23,83	20,99	17,35	14,89
0,4	74,50	60,87	45,53	40,58	36,56	30,44	26,60
0,6	84,19	72,93	57,31	52,18	47,43	40,71	36,86
0,8	77,39	69,12	57,61	53,24	49,32	42,89	38,82
1,0	66,12	60,39	51,42	48,20	45,19	39,89	36,71
1,5	46,51	42,99	36,84	34,85	32,69	29,29	26,75
2,0	39,28	35,43	29,76	27,96	26,28	23,39	21,35
2,5	36,27	32,48	27,33	25,43	23,85	21,00	19,17
3,0	32,83	29,87	25,38	23,64	22,24	19,50	17,85
4,0	27,55	25,25	21,99	20,76	19,59	—	—
5,0	18,89	18,54	—	—	—	—	—
8,0	2,89	—	—	—	—	—	—



Absorption kolloidaler Quecksilberlösungen, $K_1 = f(2\varrho)$.

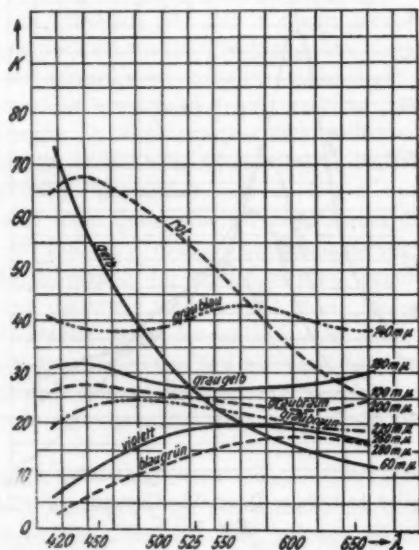
Fig. 5.

Um die Durchsichtsfarbe eines beliebigen Sols bekannter Teilchengröße besser beurteilen zu können, sind sodann die

Zahlen dieser Tabelle zu direkten Absorptionsspektren einiger isodisperser Sole ausgewertet und in beifolgender Tabelle und Fig. 6 dargestellt worden.

Absorption $K_{2e} \cdot 10^{-3}$ isodisperser Quecksilberlösungen.

2ϱ	420	450	500	525	550	600	650
40	44,0	33,0	21,4	18,5	16,3	13,1	10,2
60	71,2	50,9	33,1	25,4	21,5	16,7	13,2
80	83,9	72,5	49,6	41,2	34,4	24,2	18,7
100	66,6	66,0	59,2	53,5	46,8	35,1	28,0
120	48,0	49,5	49,5	50,0	48,6	43,4	36,7
140	39,8	39,0	39,0	41,5	42,0	40,6	38,6
160	35,4	33,8	31,8	32,7	33,1	34,3	35,5
180	31,8	30,6	27,8	27,9	27,2	27,7	29,5
200	27,1	27,6	25,7	25,1	24,4	23,5	24,3
220	20,3	23,1	23,7	23,5	22,5	21,5	21,0
240	13,7	18,4	21,5	22,2	21,1	20,0	19,6
260	7,6	12,8	17,1	19,0	19,7	18,9	18,4
280	3,6	7,3	11,6	13,9	15,9	17,2	17,2
300	1,5	3,3	7,5	10,0	11,8	14,1	15,1



Absorption isodisperser Quecksilberlösungen, $K_{2e} = f(\lambda)$.

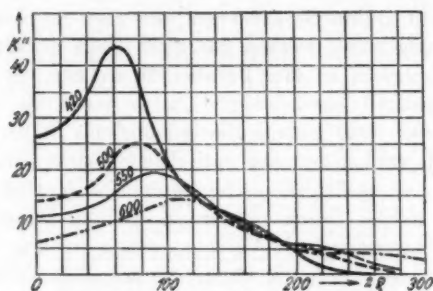
Fig. 6.

Die Kurven zeigen in der Tat einen Verlauf, der in allen wesentlichen Punkten dem beobachteten Sachverhalt entspricht. Man sieht, daß die Lebhaftigkeit der ganzen Erscheinung verhältnismäßig gering sein wird. Nur bei den ganz feinkörnigen Solen besteht hiernach eine stark selektive Absorption für kurze Wellen. Auf ein Gebiet ausgesprochen blau absorbierenden Sole (etwa 20—110 $m\mu$) folgt eine Reihe ziemlich mattfarbiger, grauer Systeme (von 110—190 $m\mu$). Dann erst reihen sich in etwas kräftigeren Tönen dicht hintereinander orange (200 $m\mu$), rot (230 $m\mu$), blau (260 $m\mu$) und grün (300 $m\mu$) an. Der ganze Farbenwechsel vollzieht sich also erst in einem Gebiete recht grober Suspensionen, wo eben deshalb lebhaftere, reine und ungetrübte Farben gar nicht mehr erwartet werden können. Trotzdem ist eine Paralleleität mit den von mir in der Kolloid-Zeitschrift beschriebenen Solen nicht zu verkennen. Es ist indessen eine genaue Bestimmung des Dispersitäts- und Homogenitätsgrades und der optischen Spektren jener Sole zu wünschen. Die spektroskopische Untersuchung wird in Angriff genommen werden, wenn in der praktischen Darstellung der Sole ein höherer Grad von Vollkommenheit erreicht worden ist.

Allem Anschein nach hängt die trotz der ausgedeuteten Schwierigkeiten als gut zu bezeichnende Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment in unserem Falle damit zusammen, daß das Quecksilber zur Untersuchung gewählt wurde —, daß hier sehr annähernd die Miesche Voraussetzung massiver, kugelförmiger Teilchen erfüllt ist. Auch in dieser Hinsicht wird übrigens das Reflexions- und Absorptionsspektrum, den Gansschen Untersuchungen zufolge, Aufschluß geben.

Aus zweierlei Gründen ist nicht zu erwarten, daß man vollkommene Konkordanz mit den hier berechneten Daten wird herbeiführen können. Zum ersten stößt die spektralphotometrische Untersuchung so grob disperser Systeme, wie sie uns hier gerade interessieren, auf erhebliche Schwierigkeiten. Zum zweiten befinden wir uns bei Teilchendurchmessern von 200—300 $m\mu$ bereits in Gebieten, wo die Miesche Theorie von ihrer Brauchbarkeit in dem Maße einbüßen muß, als sich der Teilchendurchmesser der Lichtwellenlänge nähert oder sie gar überschreitet; denn es wird schließlich zur Unmöglichkeit,

die notwendige Anzahl von Partialwellen zu berechnen. Shoulejkin¹⁾ hat vor kurzem eine Übersichtsrechnung in dieser Hinsicht ausgeführt und gefunden, daß schon bei einem Argument $\alpha^2 = 9$ (das entspricht im mittleren sichtbaren Spektrum einer Teilchengröße von etwa $500 \mu\mu$, also etwa Lichtwellenlänge) die nächste, einander zugeordnete Gruppe von Partialwellen, das ist die dritte elektrische und zweite magnetische, nicht mehr vernachlässigt werden dürfen. Es könnten sonach bereits meine mit dem Argument $\alpha^2 = 8$ berechneten Werte bei $\lambda = 420 \mu\mu$ in Mitleidenschaft gezogen sein; bei Berück-



Reine Absorption kolloidaler Quecksilberlösungen, $K'' = f(2\eta)$.

Fig. 7.

sichtigung der nächsten Wellengruppe würde sich sowohl die zugehörige Diffusion als auch die Absorption in diesem Punkte um ein Geringes erhöhen, ohne daß jedoch das Gesamtbild verändert werden würde. Über die Grenzen der Gültigkeit vorliegender Rechnung orientiert man sich am schnellsten an Hand der Fig. 1 in der soeben²⁾ veröffentlichten Dissertation von G. Jobst.

Daß trotz der geschilderten Ausgeglichenheit der optischen Eigenschaften des Quecksilbers und seiner Mittelstellung zwischen Silber und vollkommen optisch leitendem Resonator ein sehr merklicher Unterschied zwischen seinem Verhalten und dem des Leiters besteht, möge durch beistehende Kurven

1) W. Shoulejkin, Phil. Mag. [6] 48. S. 307. 1924.

2) G. Jobst, Ann. d. Phys. [4] 76. S. 863. 1925.

der „reinen“ Absorption illustriert werden (Fig. 7). Wie bei Mie, Formel (101) sind nach

$$K' = \frac{4\pi}{\lambda} \alpha^3 (|a_1|^2 + |p_1|^2 + \frac{3}{5} |a_2|^2)$$

die auf Konto der Reflexion zu setzenden Anteile der Ausstrahlung berechnet und von dem Gesamtbetrag der Absorption subtrahiert.

Reine Absorption K'' kolloidaler Quecksilberlösungen.

α^2	420	450	500	525	550	600	650
0	25,61	19,83	13,84	11,98	10,46	8,21	6,80
0,2	37,25	28,87	19,72	17,88	15,71	12,75	10,77
0,4	42,63	33,95	24,71	21,75	19,37	15,79	13,39
0,6	38,26	31,23	23,52	21,33	19,11	15,90	14,40
0,8	28,35	24,35	19,70	17,98	16,32	13,70	12,05
1,0	21,31	18,74	15,39	14,21	13,02	11,93	10,24
1,5	13,56	12,08	9,66	9,12	8,32	7,23	6,33
2,0	11,62	9,86	7,95	7,21	6,73	5,75	5,02
2,5	10,44	8,92	7,25	6,57	6,06	5,17	4,50
3,0	8,78	7,72	6,38	5,86	5,44	4,64	4,41
4,0	3,94	3,55	3,52	2,90	2,73	—	—
5,0	1,52	2,51	—	—	—	—	—
8,0	1,45	—	—	—	—	—	—

Durch das Hinzutreten der Reflexionsverluste erfährt die Absorption eine im großen ganzen parallele Verschiebung nach Blau hin, wie man aus der Verlagerung der die einzelnen Farben stärkst absorbierenden Teilchendurchmesser ersieht:

λ	420	450	500	525	550	600	650
λ'	313	336	374	393	412	450	488
$K \begin{cases} 2 \varphi_{\max} \\ \frac{2 \varphi_{\max}}{\lambda'} \end{cases}$	78	85	99	106	112	123	135
$K' \begin{cases} 2 \varphi_{\max} \\ \frac{2 \varphi_{\max}}{\lambda'} \end{cases}$	0,249	0,253	0,265	0,270	0,272	0,273	0,277
$K'' \begin{cases} 2 \varphi_{\max} \\ \frac{2 \varphi_{\max}}{\lambda'} \end{cases}$	60	68	79	86	92	102	116
$K'' \begin{cases} 2 \varphi_{\max} \\ \frac{2 \varphi_{\max}}{\lambda'} \end{cases}$	0,192	0,202	0,211	0,219	0,223	0,227	0,238

Zieht man das Diagramm der Rayleighschen Strahlung vergleichend heran, so überblickt man leicht, wie reine Absorption und seitliche Ausstrahlung gemeinsam zur Erzeugung der totalen Absorption beitragen,

Zusammenfassung.

1. In Ergänzung der E. Müllerschen Arbeit wurden die Absorptionsverhältnisse an Silbersolen nach der einfachen Mie'schen Theorie berechnet, aber für ungeeignet befunden, daraus die Farben der Silbersole zu erklären, wenn nicht im Anschluß an R. Gans eine Verbreiterung der theoretischen Basis vorgenommen oder Zugeständnisse an die Maxwell-Garnett'sche Theorie im Sinne Weigerts gemacht werden.

2. Die Ausstrahlung und Absorption von kolloidalen Quecksilberlösungen wurde berechnet, und, soweit sich das aus den bisher nur qualitativen Beobachtungen erkennen läßt, in Übereinstimmung mit den tatsächlichen Verhältnissen befunden. Aus dem Umstand, daß gerade beim Quecksilber die Mie'schen Voraussetzungen offenbar in höherem Maße als sonst zutreffen, wird geschlossen, daß mit jenen grundlegenden Annahmen in der Tat der Kern des komplizierten Problems der Kolloidfarben getroffen ist.

Gießen, Physikalisch-chemisches Institut der Hessischen Ludwigs-Universität, 10. Dezember 1924.

• (Eingegangen 26. Juni 1925.)

2. Über die freien Weglängen der Lichterregung und ihre Störungen bei Wasserstoffatomen¹⁾; von Balebail Dasannacharya.

(Hierzu Tafel V.)

(Auszug aus der Münchener Dissertation.)

1. Einleitung.

Es ist neuerdings W. Wien²⁾ gelungen, eine Theorie aufzustellen für das Leuchten der Wasserstoffkanalstrahlen, durch Einführung der folgenden freien Weglängen:

L_1 : Die freie Weglänge des geladenen Atoms bis zur Umladung $= L_1^0/p$, worin p der Druck und L_1^0 der Wert von L_1 für $p = 0,001$ mm Hg ist.

L_2 : Die freie Weglänge des ungeladenen Atoms bis zur Umladung $= L_2^0/p$.

l_2 : Die freie Weglänge des ungeladenen, nicht erregten Atoms bis zur Erregung für das Aussenden einer bestimmten Spektrallinie $= l_2^0/p$.

λ : Die freie Weglänge der Abklingung oder die der Verweilzeit, eine innere Konstante, die außerdem der Geschwindigkeit des Atoms proportional ist.

λ_1 : Die freie Weglänge der Störung der Lichtemission $= \lambda_1^0/p$.

Die freien Weglängen der Umladungen L_1 und L_2 sind für sich zu bestimmen und werden durch Versuche gemessen, bei denen die übrigen freien Weglängen nicht vorkommen. Sie sind jetzt, bis auf den Fehler von wenigen Prozent, für Wasserstoffstrahlen als gut bestimmt anzusehen.³⁾ λ ist bestimmt als die mittlere Geschwindigkeit, dividiert durch die Abklingungskonstante 2α , die aus Messungen von W. Wien⁴⁾ bekannt sind.

1) Ein ausführlicher Bericht wird auch in „The Journal of Science“ Maharajahs College Vijayanagaram in Indien, erscheinen.

2) W. Wien, Ann. d. Phys. 70. S. 1. 1923; 76. S. 109. 1925.

3) Vgl. E. Rüchardt, Münchener Habilitationsschrift, Ann. d. Phys. 71. S. 377. 1923.

4) W. Wien, Ann. d. Phys. 73. S. 504. 1924.

Schon im Jahre 1907 hat W. Wien¹⁾ Versuche angestellt zur Bestimmung der absoluten Menge des Lichtes H_β vom Wasserstoffatom, das ausgestrahlt wird, wenn das Atom einen Weg von 1 cm zurücklegt. Es war nicht möglich, einen Wert von I_2 daraus zu berechnen, da wegen des hohen Drucks im Beobachtungsraum die Lichtemission häufig gestört wurde. Die freie Weglänge dieser Störung, nämlich λ_1^0/p , war nicht bekannt.

Die Bestimmung der relativen Änderung der Intensität des von bewegten Atomen der Wasserstoffkanalstrahlen ausgesandten Lichtes — H_α und H_β — mit dem Druck nach Vegard²⁾ ermöglicht, λ_1^0 zu berechnen. Da aber die Beobachtungen nur auf zwei Drucke beschränkt sind, ist die Genauigkeit der Werte nicht groß.

Nach seinen Abklingungsversuchen hat W. Wien³⁾ λ_1^0 für H_β berechnet, das aber mit demjenigen von Vegard nicht übereinstimmt.

Durch die Methode der Intensitätsänderung mit dem Druck hat W. Wien⁴⁾ λ_1^0 für H_α des Wasserstoffatoms gemessen, das indessen mit der Vegardschen Bestimmung nicht übereinstimmt.

In der vorliegenden Arbeit habe ich λ_1^0 für H_β und H_γ gemessen durch die Methode der Intensitätsänderung mit dem Druck, für Drucke zwischen 0,001 und 0,2 mm Hg und für drei Geschwindigkeiten, entsprechend den Entladungsspannungen von 13 000, 21 500 und 30 000 Volt. Bei diesen Messungen habe ich, durch Vergleich der Intensität des von bewegten Atomen des Kanalstrahls ausgesandten Lichtes mit derjenigen des schwarzen Körpers, I_2^0 gemessen.

2. Theoretische Grundlage.

Beobachtungen von W. Wien⁵⁾ über das Leuchten der Wasserstoffkanalstrahlen bei hohen Drucken zeigen, daß kein Anlaß vorliegt, die gleichzeitige Annahme von Verweilzeit und Abklingungszeit in Darstellungen der Vorgänge des Leuchtens

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 23. S. 415. 1907.

2) L. Vegard, Ann. d. Phys. 39. S. 111. 1912.

3) W. Wien, Ann. d. Phys. 70. S. 1. 1923.

4) W. Wien, Ann. d. Phys. 76. S. 121. 1925.

5) W. Wien, Ann. d. Phys. 76. S. 109. 1925.

zu machen, und daß der allgemeine Ausdruck für die Intensität J_0 des von bewegten Atomen in Kanalstrahlen unter Gleichgewicht ausgesandten Lichts vollkommen symmetrisch ist für die Verweilzeit und Abklingungszeit, sobald l_2 als groß angenommen werden kann gegen die übrigen, vom Druck abhängigen freien Weglängen. Diese Annahme wird, wie ich zeigen will, durch die Erfahrung bestätigt.

Ist $h\nu$ das Energieelement und N die Gesamtzahl der Atome, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Kanalstrahls fliegen, so ist¹⁾

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} J_0 &= \frac{N h \nu L_2^0 \lambda_1^0}{l_2^0 (L_1^0 + L_2^0) \left[L_2^0 \left(\frac{\lambda_1^0}{p} + \lambda \right) + \lambda \lambda_1^0 \right]} \\ &= \frac{N L_2^0}{(L_1^0 + L_2^0)} \cdot \frac{h \nu}{l_2^0} \cdot \frac{L_2^0 \lambda_1^0}{(L_2^0 + \lambda_1^0)} \cdot \frac{1}{\lambda + \frac{L_2^0 \lambda_1^0}{(L_2^0 + \lambda_1^0) p}} \\ &= \frac{\text{konstant}}{\lambda + \frac{c}{p}}, \end{aligned} \right.$$

worin $c = \frac{L_2^0 \lambda_1^0}{L_2^0 + \lambda_1^0}$

= eine Konstante für konstante Geschwindigkeit.

λ ist bekannt, wie schon in § 1 bemerkt. Die Werte von c werden aus der relativen Änderung der Intensität J_0 mit dem Druck berechnet. Wird L_2^0 aus den Messungen von E. Rüchardt mit unhomogenen Wasserstoffkanalstrahlen in Wasserstoff entnommen, so kann λ_1^0 aus Gl. (1) berechnet werden.

Um L_2^0 zu erhalten, haben wir aber den absoluten Wert von

$$\frac{J_0}{\frac{N L_2^0}{L_1^0 + L_2^0}} = \zeta_p,$$

d. h. die mittlere Ausstrahlung des neutralen Atoms auf 1 cm Weg beim Druck p zu messen. Dann folgt aus Gleichung (1):

$$\zeta_p = \frac{h \nu}{l_2^0} \cdot \frac{c}{\lambda + \frac{c}{p}}$$

oder

$$(2) \quad l_2^0 = \frac{h \nu}{\zeta_p = \infty} \cdot \frac{c}{\lambda}.$$

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 76. S. 109. 1925.

Zur Messung von ζ_p gelangt man in folgender Weise, ähnlich wie es zuerst von W. Wien¹⁾ gemacht worden ist.

Betrachten wir ein Element des Kanalstrahlbündels von der Länge ds und dem Querschnitt πr^2 und ersetzen wir es durch das Flächenelement eines schwarzen Körpers $2rds\sin\alpha'$ das gleichviel strahlt (Fig. 1). Es muß hierbei darauf geachtet werden, daß das Objektiv des Kollimators sowohl von den Lichtstrahlen der Kanalstrahlen wie von denen des schwarzen Körpers vollständig ausgefüllt wird. Ist $Ed\lambda$ die Strahlung des schwarzen Körpers pro Flächeneinheit und Sekunde, N_1 die Zahl der neutralen Atome, die im Beobachtungsraum sich langsam bewegen, da sie im Entladungsraum als Moleküle beschleunigt waren, N_2 die Zahl der neutralen Atome, die im Beobachtungsraum sich schneller bewegen, wie N_1 , da sie im

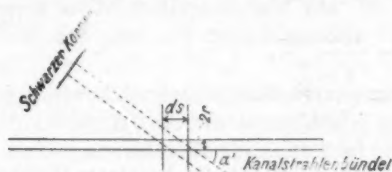


Fig. 1.

Entladungsraum als Atome beschleunigt waren. N_3 die Zahl der neutralen Moleküle, die im Entladungsraum beschleunigt waren und im Beobachtungsraum sich nicht in Atome dissoziiert haben, und N_1' , N_2' und N_3' die entsprechenden geladenen Teilchen, alle bezogen auf Volumeneinheit, und σ die Ausstrahlung pro neutrales Atom pro Sekunde, so ist für das Licht der Balmer Serie des Wasserstoffs, die nach W. Wien²⁾ von ungeladenen Atomen herrührt

$$(Ed\lambda) 2rds\sin\alpha' = \frac{\sigma(N_1 + N_2)ds\pi r^2}{4\pi},$$

woraus

$$(3) \quad \sigma = \frac{8(Ed\lambda)\sin\alpha'}{r(N_1 + N_2)} = \frac{8J_0\sin\alpha'}{r(N_1 + N_2)}.$$

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 23. S. 415. 1907; Kanalstrahlen von W. Wien, 2. Aufl. S. 241.

2) W. Wien, Ann. d. Phys. 69. S. 325. 1922.

Ist e das elektrische Elementarquantum, i die von den Kanalstrahlen transportierte Elektrizitätsmenge in der Sekunde, so ist i/e die Anzahl der in der Sekunde durch den Querschnitt des Bündels gehenden Ionen. (Da neben den positiven Ionen auch negative vorhanden sind, wird die Zahl der positiven Ionen etwas zu klein gemessen, doch ist die Zahl der negativen bei Wasserstoff klein).

Sind v_p , v_u die durchschnittlichen Geschwindigkeiten der gesamten geladenen bzw. ungeladenen Teilchen (Atome und Moleküle) und v_+ , v_- diejenigen der gesamten geladenen bzw. ungeladenen Atome, so ist die Anzahl der Ionen pro Kubikzentimeter:

$$N_1' + N_2' + N_3' = \frac{i}{e v_p \pi r^2}.$$

Es gilt nur als eine Näherung

$$\frac{(N_1' + N_2' + N_3') v_p^2}{(N_1 + N_2 + N_3) v_u^2} = \frac{\text{Energie der geladenen Teilchen}}{\text{Energie der ungeladenen Teilchen}} = w.$$

w ist aus Messungen von E. Rüchardt¹⁾ in den gesamten Wasserstoffkanalstrahlen in Wasserstoff zwischen Entladungsspannungen von 10000 bis 32500 Volt bekannt und ist unabhängig von Druck im Beobachtungsraum. Aus elektromagnetischen Messungen ist bekannt²⁾, daß die Anzahl der geladenen Moleküle klein ist und mit zunehmender Geschwindigkeit abnimmt. So werden die folgenden Voraussetzungen:

$$\frac{N_1' + N_2'}{N_1 + N_2} = \frac{N_1' + N_2' + N_3'}{N_1 + N_2 + N_3}$$

und

$$\frac{v_d}{v_+} = \frac{v_-}{v_+}$$

keinen großen Fehler einführen.

Setzen wir

$$\frac{N_1' + N_2' + N_3'}{N_1' + N_2'} = D,$$

so wird

$$\frac{1}{N_1 + N_2} = \left(\frac{v_+}{v_-}\right)^2 \frac{w \cdot D}{N_1' + N_2' + N_3'} = \left(\frac{v_d}{v_+}\right)^2 \cdot e v_p \pi r^2 \frac{w D}{i}.$$

Dann wird nach (3)

$$(4) \quad \sigma = 8 \pi r e \sin \alpha' \left(\frac{v_d}{v_+}\right)^2 v_p w D \frac{J_0}{i}.$$

1) E. Rüchardt, a. a. O.

2) R. Döpel, Ann. d. Phys. 76. S. 1. 1925.

v_d wird aus der Dopplerverschiebung des Kanalstrahllichtes gemessen, und v_e , v_g und D sind aus elektromagnetischer Analyse von Döpel¹⁾ zu berechnen, Näheres auf S. 599. Für konstante Geschwindigkeit wird

$$\sigma = \text{Konstante} \frac{J_e}{i} = \text{Konstante} \frac{J_e}{\text{Kanalstrahlenergie}}$$

und

$$\zeta = \frac{\sigma}{v_d}.$$

3. Experimentelle Anordnung.

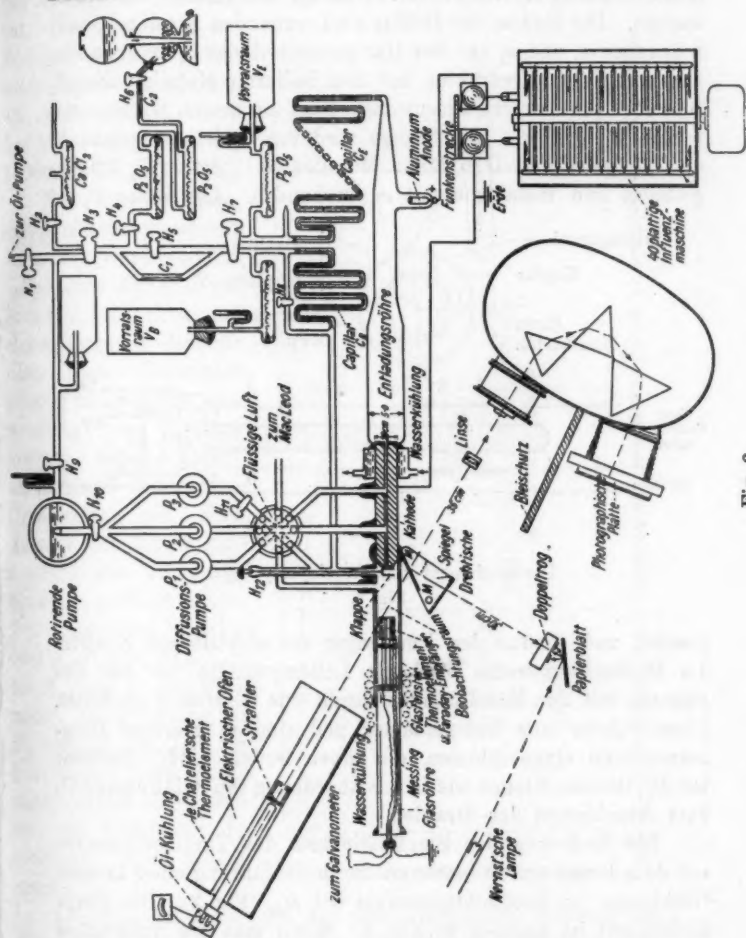
Fig. 2 zeigt Einzelheiten des benutzten Apparats. Der Wasserstoff wurde erzeugt in einem Kippischen Apparat mit Zink und reiner verdünnter Schwefelsäure, wie sie gewöhnlich bei Akkumulatorenbatterien benutzt wird. Die Anordnung zwischen H_3 und H_7 erlaubt eine genaue Regulierung des Drucks in den Vorratsräumen V_B und V_E . Nach der Durchströmungsmethode von W. Wien²⁾ kommt ein beständiger Strom von frischem Gas in die Entladungsröhre und den Beobachtungsraum hinein, und wird dauernd ausgepumpt. Die Kathode ist aus Messing gedreht und ist 17 cm lang und von 2,8 cm Durchmesser. Die Stirnfläche der Kathode besteht aus Aluminium. Der Kanal hat einen Durchmesser von 2 mm. Der Beobachtungsraum ist eine Messingröhre mit Fenstern aus Spiegelglas. Der Druck im Beobachtungsraum konnte, ohne Änderung der Strahlgeschwindigkeit zwischen 0,0007 und 0,2 mm Hg, variiert werden. Durch Drehung des Hahnes H_{11} konnte die Pumpe P_3 von dem Beobachtungsraum getrennt werden, wenn man im Beobachtungsraum keinen sehr niedrigen Druck wünschte. Die Kathode und der Beobachtungsraum werden immer geerdet. Ein beständiger Strom von kaltem Wasser verhindert, daß die Stirn der Kathode und die darin bestehenden Kittstellen sich erwärmen.

Der Kanalstrahlstrom kann nur dann fehlerlos gemessen werden, wenn der Druck im Beobachtungsraum niedrig ist, weil bei den hohen Drucken ein Ionenstrom sich über den Kanalstrahlstrom lagert. Deshalb ist es bei höheren Drucken

1) R. Döpel, Ann. d. Phys. 76. S. 1. 1925.

2) W. Wien, Ann. d. Phys. 30. S. 349. 1909.

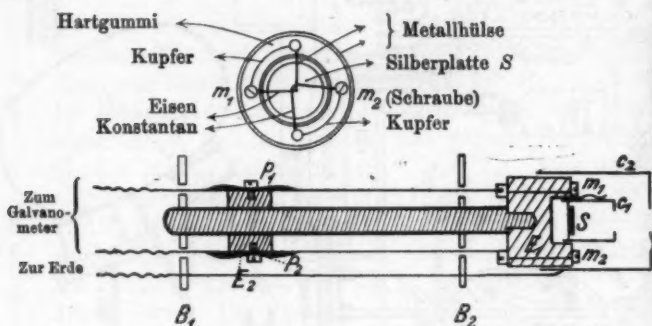
nötig, den Strom aus der Kanalstrahlenergie umzurechnen durch das Verhältnis der Energie zum Strom bei niedrigem Druck.



உம்

Das Thermoelement zur Messung der Energie und der Faradayempfänger zur Messung des Stromes sind zu einem Stück T kombiniert, welches sich im Beobachtungsraum be-

findet und von außen mit einem Elektromagnet bewegt wird (Fig. 3). S ist eine dünne Silberplatte von 8 mm Durchmesser, getragen von feinen Drähten aus Eisen und Konstantan. Die Enden der Drähte sind verbunden mit den Metallschrauben m_1 und m_2 auf dem Hartgummizylinder E_1 und von diesem mittels Kupferdrähten mit den isolierten Metallstücken P_1 und P_2 . Eine weiche Eisenstange trägt die beiden Hartgummistücke E_1 und E_2 . Die Stange wird von 2 Metallscheiben B_1 und B_2 gehalten. Die dünne Metallhülse C_1 ist in E_1 hineinsteckt und metallisch mit m_1 verbunden. Die Hülse C_2 ist



Thermoelement und Faradayempfänger.

Fig. 3.

geerdet und schützt den Empfänger vor elektrischen Kräften. Im Beobachtungsraum sind die Leitungsdrähte vor der Berührung mit den Metallwänden durch eine Glasröhre geschützt. Diese führen zum Galvanometer und sind in geerdete Bergmannröhren eingeschlossen, die innen isoliert sind. Drehbar mit H_{12} ist eine Klappe wie in der Anordnung von E. Rüchardt¹⁾ zum Abschirmen der Strahlen.

Die Änderung der Empfindlichkeit des Thermoelementes mit dem Druck wurde bestimmt durch Einführung einer kleinen Glühlampe im Beobachtungsraum bei H_{12} (Fig. 2). Die Empfindlichkeit ist gegeben in Fig. 4. Wenn man die Ausschläge für Energie und Strom des Kanalstrahls vergleicht, findet man,

1) Ich danke Hrn. Dr. E. Rüchardt für die leihweise Überlassung seiner Drehschiffe, die ich für die Klappe benutzt habe.

daß für Drucke niedriger als $2,5 \cdot 10^{-3}$ mm, die Überlagerung wegen des Ionenstroms nicht merkbar ist; weiter, daß keine Spur von Absorption der Strahlen bis zu $14 \cdot 10^{-3}$ mm stattgefunden hat. Das Verhältnis der Energie zu den Stromausschlägen beträgt 3,7, 4,3 und 5,5 je nach der Entladungsspannung 13000, 21500, 30000 Volt.

Der Spektrograph, der in diesen Versuchen verwendet wurde, ist ein lichtstarker Apparat von Steinheil, München, mit einem kurzen Kollimator. Eine gute Dispersion erhält man durch Anwendung von 3 Glasprismen. Eine Kombinationslinse mit kurzer Brennweite mit einer Apertur von 2,6 cm kondensiert das Licht auf den Spalt des Kollimators. Die Dispersion beträgt $60,0 \text{ \AA.-E.}$ und $32,8 \text{ \AA.-E.}$ bei H_β bzw. H_γ pro Millimeter. Die Trennung von H_β von H_γ ist 1,15 cm. Die Achse des Kollimators bildet einen Winkel von $30,5^\circ$ mit der Richtung des Kanalstrahls.

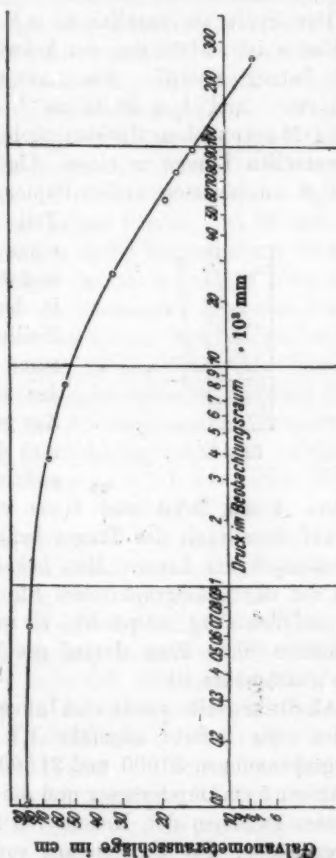


Fig. 4. Empfindlichkeit des Thermoelements mit dem Druck im wasserstoffgefüllten Raum.

Um von Schwärzungen der photographischen Platten die entsprechenden Intensitäten des einfallenden Lichtes zu bekommen, habe ich die W. Wiensche Methode¹⁾ mit dem

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 60. S. 597. 1919.

Doppeltrog benutzt Fig. 5, wobei eine prismatische Zelle mit einer Flüssigkeit gefüllt ist, die einen absorbierenden Stoff enthält und die andere mit derselben Flüssigkeit, jedoch ohne absorbierenden Stoff.

Der Spalt ist parallel zu ab und die Schwächung des Strahles a ist $e^{-ky/g\beta}$ mal der Schwächung des Strahles bei b . $Tg\beta$ betrug 0,0737. Die Absorptionskoeffizienten $k_\beta = 17,64 \text{ cm}^{-1}$ und $k_\gamma = 20,35 \text{ cm}^{-1}$ sind bestimmt durch ein König-Martensches Spektralphotometer. Licht von einer Nernstschen Lampe in einem Abstand von 50 cm fällt auf ein Blatt unglasierten weißen Papiers und wird zerstreut. Ein

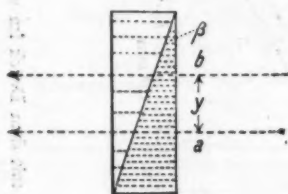


Fig. 5.

Teil von diesem geht durch einen breiten Spalt auf den Trog und wird durch einen Spiegel MM in der Richtung der Achse des Kollimators reflektiert. Der Abstand vom Trog bis zum Spalt des Kollimators betrug 65 cm. Zur genauen Einstellung gelangt man durch photographische Exposition von schwarzen Papierstreifen, 2 mm breit und 1 cm voneinander entfernt, die sich auf dem Spalt des Troges befinden, unter verschiedenen Einstellungen der Linse. Man bekommt gleichzeitig den Abstand auf der photographischen Platte, nämlich 1,08 mm, der 1 cm auf den Trog entspricht. Es wird durch photographische Aufnahmen ohne Trog darauf geachtet, daß das einfallende Licht gleichmäßig ist.

Als Stromquelle wurde eine Influenzmaschine von 40 Platten benutzt. Sie lieferte ungefähr 1,7 Milliampères. Die Entladungsspannungen 30000 und 21500 Volt waren mit Funkenstrecke von 5 cm Durchmesser und die Spannung von 13000 Volt mit einer zwischen den Kugeln von 2 cm Durchmesser in der Luft gemessen. Die Umrechnung von Funkenstrecke in Spannung geschah nach den Messungen von Heydweiller.

Durchweg wurden Entladungsröhren von der in Fig. 2 gezeigten Form benutzt. Sie haben alle Vorteile von Zylinderrohren, bleiben viel sauberer und haben eine längere Lebensdauer als die Zylinderrohren von kleinerem und gleichmäßigem

Durchmesser. Der Nachteil liegt darin, daß sie schwer genau zu reproduzieren sind.

Auf einer Platte sind mehrere Aufnahmen von Kanalstrahlen mit verschiedenen Drucken und Spannungen, sowie Aufnahmen des Lichtes von der Nernstschen Lampe durch den Absorptionstrog mit zwei verschiedenen Spaltbreiten des Kollimators gemacht. Um die Messung auf einer Platte mit denen auf anderen Platten zu vergleichen, ist das Kanalstrahlspektrum von einer Entladungsspannung von 21500 Volt und 0,01 mm Hg Druck im Beobachtungsraum gemeinsam auf alle Platten photographiert. Als Intensität für diesen Strahl ist für H_β und H_γ willkürlich 7 angenommen. In den Platten 7, 8, 12 und 13 sind die absoluten Werte ermittelt durch Vergleich mit dem Spektrum des elektrischen Ofens, der als schwarzer Körper dient. Der Ofen hat eine Länge von 50 cm, und die innere Porzellanröhre hat einen Durchmesser von 2,8 cm. Ein Thermoelement von Platin-Rhodium befindet sich in dem Ofen. Die Temperatur des kalten Endes des Thermoelementes ist konstant gehalten durch Immersion in Öl. Die Ablesungen des Thermoelementes sind durch Bestimmung der Schmelzpunkte von reinem Silber und Kupfer kontrolliert. Dazu habe ich verwendet Silber von Geheimrat Willstätter und von Prof. Fajans, denen ich dafür Dank schuldig bin, außerdem auch Silber von der Firma Heräus in Hanau. Reines elektrolytisches Kupfer habe ich von Prof. Herzfeld bekommen, dem ich bei dieser Gelegenheit ebenfalls danken möchte. Ich habe Leitungsdraht aus Kupfer mit übereinstimmendem Resultat verwendet. Für den Strahler des schwarzen Körpers habe ich eine unglasierte Porzellanplatte benützt, die sich in der Mitte des Ofens befindet und die auf ihrer Stirnfläche mit Kobaltoxyd bestrichen ist, wie in den Messungen von Coblentz.¹⁾ Unmittelbar hinter dem Strahler befindet sich das Thermoelement. Eine zweite Platte mit einer Öffnung in der Mitte von 1,5 cm ist fest verbunden mit dem Strahler durch Stangen aus Magnesiumoxyd. Der Abstand zwischen den 2 Platten betrug 4 cm. Der Heizungsstrom für den Ofen war ungefähr 15 bis 18,5 Ampere für

1) W. W. Coblentz, Bul. Bur. of Standards. No. 406. 17. S. 13. 1921.

Temperaturen zwischen 850 und 1000° C. Für den schwarzen Körper gilt die Wiensche Formel

$$E_{\lambda} d\lambda = \frac{2c^2h}{\lambda^5} e^{-\frac{ch}{k\lambda T}} d\lambda.$$

Hier ist T : Absolute Temperatur, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $h = 6,554 \cdot 10^{-27}$ Erg/sec, $k = 1,346 \cdot 10^{-16}$ Erg/grad., λ die Wellenlänge für die Mitte der Dopplerstreifen.

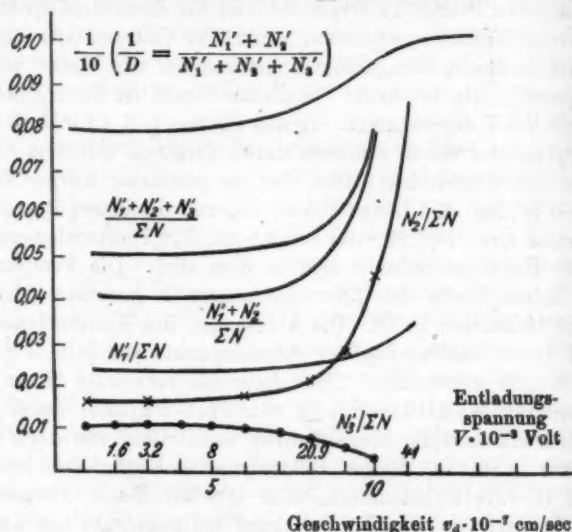


Fig. 6.

Die Aufnahmen von Ofen, Intensitätstrog und Kanalstrahlen sind gleich lange belichtet. Die Messung der Schwärzung geschah mit einem Hartmannschen Mikrophotometer. Um genaue Messungen zu erzielen, ist es vorteilhafter, das Silberkorn der Platte so wie das der Vergleichungsskala des Mikrophotometers ein wenig unscharf einzustellen.

Fig. 6 zeigt Kurven aus Messungen der Energiemaxima von Döpel¹⁾ für das Verhältnis der geladenen Atome zu geladenen Teilchen.

1) R. Döpel, Münchener Dissertation und auch schriftliche Mitteilung, für die ich ihm sehr dankbar bin. Vgl. auch Ann. d. Phys. 76. S. 1. 1925.

Nach Döpel sind:

E_m	=	Energiemaxima der geladenen Moleküle (N_2')
E_a	=	„ „ schnellen geladenen Atome (N_2')
E_a'	=	„ „ langsamen „ „ (N_1')
E_n	=	„ „ neutralen Fleck (ΣN).

Er hat angegeben 1. E_a/E_m , 2. E_m/E_a und 3. E_a/E_a' , so daß man auch E_m/E_n und E_a'/E_n kennt.

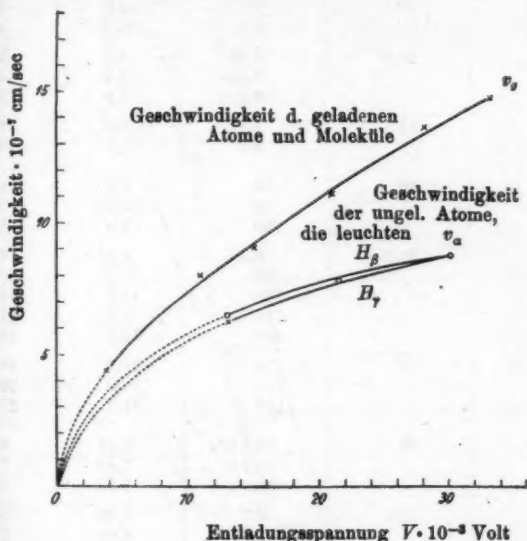


Fig. 7.

Dann wird

$$E_a/E_n = N_2'/\Sigma N, \quad 2 E_a'/E_n = N_1'/\Sigma N, \quad E_m/E_n = N_2'/\Sigma N.$$

Fig. 7 zeigt die Werte von v_g , gemessen aus den Teilchenzahlkurven von Döpel.¹⁾ Die durchschnittliche Geschwindigkeit v_g der geladenen Atome läßt sich schwer eindeutig unterscheiden von v_a , welches die durchschnittliche Geschwindigkeit der geladenen Teilchen ist. So habe ich v_g als gleich v_a gesetzt.

1) Vgl. die Fußnote auf S. 602.

4. Versuchsergebnisse.

Die Werte der freien Weglänge der Störung der Lichtemission, bei einem Druck von $\frac{1}{1000}$ mm = λ_1^0 .

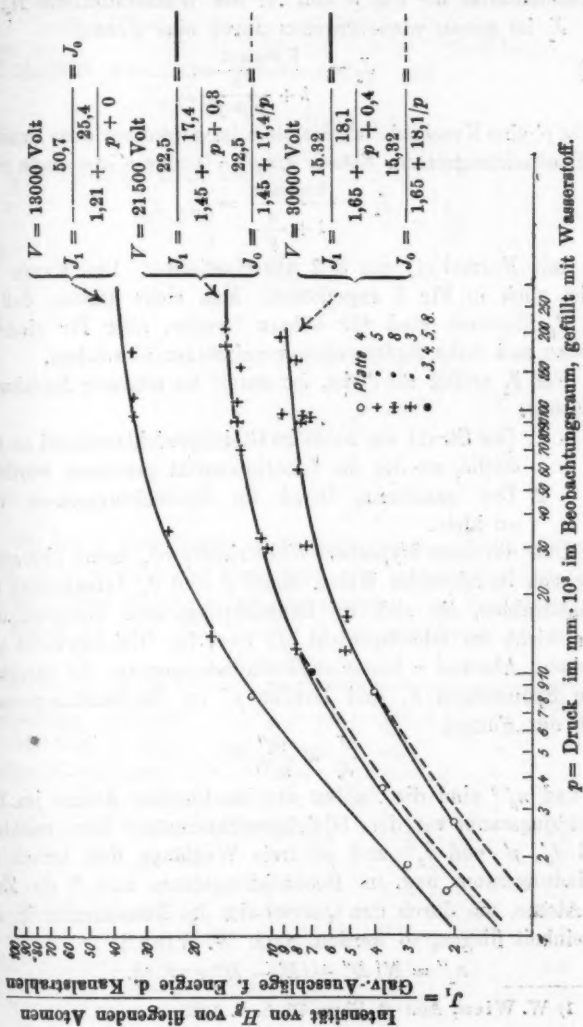
Tabelle 1.

Platte ¹⁾	Spannung $v \cdot 10^{-2}$ Volt	Druck $\cdot 10^3$ mm p	J_1		
			H_β	H_γ	
4	30	2,7	2,0	2,4	
		8,4	4,0	4,1	
	21,5	1,46	2,1	2,15	
		8,52	3,7	4,1	
		9,9	7,0	7,0	
	13	1,88	3,0	3,5	
		8,0	11,9	11,0	
	5	30	59	8,0	6,5
95			9,3	7,7	
190			9,4	7,3	
21,5		9,5	6,9	6,9	
		32	11,0	10,8	
		106	13,7	13,1	
		142	13,2	11,6	
		202	15,2	10,6	
		13	34	24,9	21,9
110			34,0	28,6	
163			34,2	27,4	
8			30	16,4 a ²⁾	5,23
		95,2 b		7,85	7,5
	92,8	7,12		7,1	
	21,5	9,7	6,95	—	
		12,3	8,05	7,7	
		69,6	13,3	12,6	
	13	13,6	17,1	15,2	
		92,0	33,6	21,6	
3	30	12	5,3	3,8	
		30	7,4	5,3	
		90	7,8	7,0	
		155	8,2	6,2	
	21,5	10	7,0	7,0	
		29,6	10,6	10,4	
		90	13,7	13,0	
		177	15,0	12,0	

1) In Platte 4 ist jede Aufnahme exponiert für 6 Stunden und in Platten 3, 5 und 8 für 3 Stunden.

2) Hier ist die Kanalstrahlenergie zweimal so groß wie in b.

Fig. 8 zeigt den Verlauf der Kurve J_1 , die Intensität der von fliegenden neutralen Atomen des Kanalstrahlenbündels einer konstanten Länge pro Einheit des Galvanometeraussschlages bei



der Energiemessung, im mit Wasserstoff gefüllten Beobachtungsraum für Änderung des Druckes zwischen 0,001 mm und 0,2 mm Hg, für ausgestrahltes Licht H_{β} . Tab. 1 gibt das Zahlenmaterial für Fig. 8 und für die Wasserstofflinie H_{γ} .

J_1 ist genau wiedergegeben durch eine Formel

$$(1a) \quad J_1 = \frac{\text{Konstant}}{1 + \frac{c}{p + p'}},$$

worin p' eine Konstante ist, die klein ist gegenüber dem Druck p im Beobachtungsraum. Setzen wir $p' = 0$ oder $p' \ll p$, dann wird

$$(1) \quad J_1 = \frac{\text{konstant}}{1 + \frac{c}{p}} = J_0,$$

was mit Formel (1) des § 2 übereinstimmt. Die Kurve für J_0 ist auch in Fig. 8 angedeutet. Man sieht daraus, daß J_0 und J_1 identisch sind für höhere Drucke, aber für niedrige Drucke und hohe Spannungen voneinander abweichen.

Daß J_1 größer als J_0 ist, ist durch die folgende Annahmen erklärbar:

1. Der Strahl war nicht im Gleichgewichtszustand an der Stelle, an der die Lichtintensität gemessen wurde.
2. Der gemessene Druck im Beobachtungsraum war zu klein.

Daß die erste Hypothese nicht richtig ist, davon überzeugt man sich in folgender Weise. Seien J und J_0 Intensitäten für Kanalstrahlen, die sich im Beobachtungsraum befinden und zwar nicht im Gleichgewicht (J) bzw. im Gleichgewicht (J_0), in einem Abstand x hinter dem Entladungsraum für verschiedene Spannungen V , und Drucke p'' im Beobachtungsraum, nach der Formel

$$\frac{J}{J_0} = \frac{n_3''}{n_3''^0}.$$

n_3'' und $n_3''^0$ sind die Zahlen der leuchtenden Atome im Beobachtungsraum vor dem Gleichgewichtszustand bzw. nachher. Sind l_3' , p' und l_3'' und p'' freie Weglänge und Druck im Entladungsraum bzw. im Beobachtungsraum und N die Zahl der Atome, die durch den Querschnitt des Kanalstrahls in der Zeiteinheit fliegen, so werden, nach W. Wien¹⁾

$$n_3'' = N \{ D'' + (D' - D'') e^{-p'' x} \}.$$

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 70. S. 7. 1923.

Hier sind:

$$\beta'' = \frac{1}{L_1''} + \frac{1}{l_1''} + \frac{1}{l_2''}; \quad \frac{1}{l_2''} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{l_1''}$$

und

$$D'' = \frac{L'' l_1'' l_2''}{(L_1'' + L_2'')(l_1'' L_2'' + l_2'' l_1'' + L_2'' l_2'')}$$

und ähnliche Ausdrücke für D' , und l_3' , und

$$\left. \begin{aligned} n_3'' &= n_3'' \\ &= N D'' \end{aligned} \right\} \text{ für } x = \infty.$$

Da $l_1'' \gg L_2'' \gg l_3''$ sind, werden

$$D'' = \frac{l_3''}{l_1''}; \quad D' = \frac{l_2'}{l_1'}$$

und

$$\beta'' = \frac{1}{l_3''}$$

und

$$\frac{J}{J_0} = \frac{n_3''}{n_3''^0} = 1 + \frac{D' - D''}{D''} e^{-\frac{x}{l_3''}};$$

oder

$$\frac{J - J_0}{J_0} = A e^{-\frac{x}{l_3''}},$$

worin

$$A = \frac{D' - D''}{D''} = \frac{l_3' p' - l_3'' p''}{l_3'' p''}.$$

Da ich p' , den Druck im Entladungsraum, nicht gemessen habe, habe ich ihn aus Messungen von Döpel, der mit einer gleichen Röhre gearbeitet hat, entnommen. Das Zahlenmaterial für Fig. 9 ist aus der Tabelle 2 zu entnehmen. x in der Tabelle 2.

Spannung $V \cdot 10^{-3}$ Volt	$p' \cdot 10^3$ mm	l_3' cm	$p'' \cdot 10^3$ mm	l_3'' cm	A	x für $\frac{J - J_0}{J_0} = 1/10$
13	46	0,33	0,1	—	—	8,3
			1,0	1,11	12,6	5,4
			3,0	1,01	4,0	3,6
			10,0	0,76	1,0	1,7
			1	1,28	8,2	5,6
21,5	37	0,32	3	1,11	2,6	4,3
			10	0,73	0,6	1,35
			1	1,44	6,8	2,8
30	33	0,34	3	1,19	2,1	0,9
			10	0,75	0,5	—
			1	1,44	6,8	2,8

letzten Kolonne gibt den Abstand x hinter der Entladungsröhre, für die der Ausdruck $\frac{J - J_0}{J_0} = 1/10$ ist. Das bedeutet, daß im Abstand x der Intensitätsunterschied nur 10 Proz. beträgt, für einen nicht im Gleichgewicht befindlichen Strahl gegenüber ihrem Wert beim Gleichgewichtszustand, während der

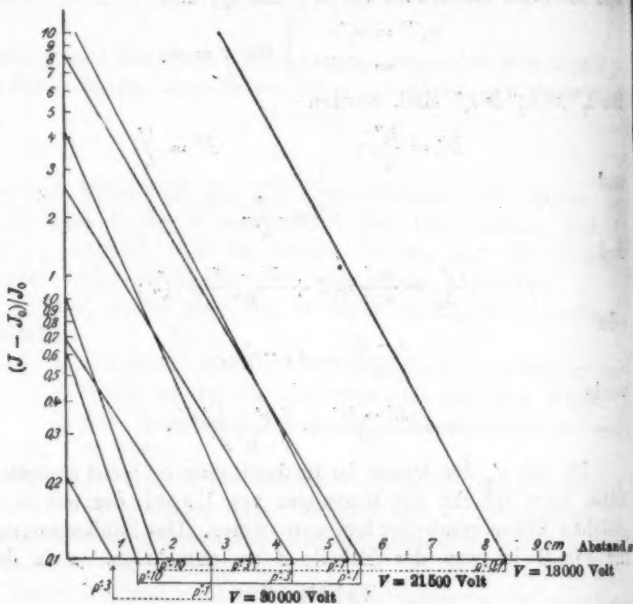


Fig. 9.

Gasdruck im Beobachtungsraum p'' ist. Von der Fig. 9 kann man die Werte von $\frac{J - J_0}{J_0}$ für verschiedene x und Entladungsspannungen V ablesen.

Da die Pumpen in einer Kathode von 17 cm Länge eingesetzt waren und der Strahl 6 cm hinter der Kathode beobachtet wurde, und der Druck im Beobachtungsraum kleiner als 0,001 mm nicht verwendet wurde, haben wir die Sicherheit, daß gutes Gleichgewicht vorhanden war.

Die zweite Hypothese ist sehr wahrscheinlich, da die Dämpfe, die von den Piceinkittstellen entstehen, einen Druck

ausüben, der nicht vom Mac Leodschen Manometer gemessen wird. Eine gleiche Erfahrung von E. Rüchardt¹⁾ in seinen Messungen von L_2 in niedrigen Drucken unterstützt die Hypothese. Infolgedessen dürfen wir als bewiesen annehmen, daß die Wiensche Formel (1) den Verlauf der Intensität mit dem Druck richtig wiedergibt.

λ_1^0 für H_β und H_γ .

In der Tabelle 3 sind gegeben die aus den Kurven (z. B. in Fig. 8) gewonnenen Werte von c für H_β und H_γ und die daraus berechneten Werte von λ_1^0 ; der hierzu notwendige Wert von L_2^0 ist aus Messungen von E. Rüchardt in unhomogenen Wasserstoffkanalstrahlen, im Wasserstoff als 200 cm angenommen. Aus der folgenden Tabelle sieht man, daß λ_1^0 für H_β größer ist als für H_γ . Der Unterschied ist aber nicht groß, wie man auch aus Messungen von L. Vegard über den Druckeffekt für H_β und H_γ schließen kann.

Tabelle 3.

Spannung $V \cdot 10^{-3}$ Volt	p'		c in cm		λ_1^0 in cm		$\lambda_1^0 v_d \cdot 10^{-8}$	
	H_β	H_γ	H_β	H_γ	H_β	H_γ	H_β	H_γ
13	0,0	0,15	25,4	20,1	29,1	22,4	19	14,2
21,5	0,3	0,4	17,4	14,2	19,0	15,3	15	12
30,0	0,4	0,95	18,1	13,1	19,9	14,0	18	12,5
							17,8	12,9

Die Werte von λ sind in Tabelle 9 gegeben; (für $L_2^0 = 200$ cm).

Aus der letzten Kolonne der Tabelle 3 schließt man, daß $\lambda_1^0 v_d$ unabhängig von der Spannung ist, wenigstens zwischen Spannungen 13000 und 30000 Volt.

E. Rüchardt²⁾ hat λ_1^0 aus Beobachtungen von L. Vegard³⁾ der Abhängigkeit des Leuchtens vom Druck zu bestimmen gesucht. W. Wien⁴⁾ hat auch λ_1^0 aus Messungen von Vegard für $V = 8500$ nach Formel (1) berechnet. Ich habe die Werte von λ_1^0 für die drei Spannungen nach Formel (1) berechnet und in Tabelle 4 eingetragen; aber die Werte, die ich

1) E. Rüchardt, Ann. d. Phys. 71. S. 412. 1923.

2) E. Rüchardt, a. a. O.

3) L. Vegard, a. a. O.

4) W. Wien, Ann. d. Phys. 73. S. 504. 1924.

für λ und L_2^0 benutzt habe, sind ein wenig anders. Ich habe für L_2^0 , die unabhängig ist von der Spannung, die Werte 200 cm gesetzt, während Wien und Rüchardt sie gleich 300 cm setzten. Wenn wir L_2^0 , 200 anstatt 300 annehmen, dann wird z. B. λ_1^0 anstatt 41,5, 39 cm, so daß sich kein großer Unterschied ergibt. Für $\lambda = \frac{v_d}{2\alpha}$ habe ich einen anderen Wert als bei Rüchardt und Wien benutzt, da $2\alpha^1$) jetzt genauer gemessen ist wie früher. Man sieht aus Tabelle 4, daß die Werte 80 und 41,5 aus Messungen von Vegard und mir von λ_1^0 für H_β gar nicht übereinstimmen bei Spannungen $V = 27000$ und 20000 Volt. Aber für Spannung 8500 Volt ist nach der Relation $\lambda_1^0 v_d = \text{konstant} = 17,3 \cdot 10^8$, berechnet sich für λ_1^0 34 cm, was dem Vegardschen Wert 49,2 näher ist. Es kann sein, daß der kleine Druckbereich und die Verwendung von nur 2 Drucken bei den Messungen von Vegard die abweichenden Resultate erklären.

Tabelle 4.

	Spannung $V \cdot 10^{-3}$ Volt	$v_d \cdot 10^{-7}$	λ	$\frac{J_\beta(p=0,1)}{J_\beta(p=0,035)}$	λ_1^0 in cm $\frac{H_\beta}{H_\alpha}$		$\frac{\lambda_1^0(H_\beta)}{\lambda_1^0(H_\alpha)}$
L. Vegard	8,5	5,08	0,94	1,55	49,2	222	4,5
	20,0	5,85	1,08	1,45	41,5	174	4,2
	27	6,25	1,16	1,62	80	760	9,5
W. Wien (Abklingung)	5				15,4		
W. Wien (Intensität mit Druck)	25		1,4			60	

Wie schon bemerkt wurde, hat W. Wien²⁾ λ_1^0 von seinen Abklingungsversuchen bei Spannung $V = 5000$ Volt berechnet als 15,4 cm. Die Geschwindigkeit v_d können wir als 41 Proz. der theoretischen Geschwindigkeit v_i nach der Relation $eV = \frac{1}{2}mv_i^2$ (Tabelle 9, S. 621) berechnen, wobei $v_d = 4,03 \cdot 10^7$ cm/sec wird. Dann aus der Relation, wo $\lambda_1^0 v_d = \text{konst.}$ $\lambda_1^0 = 43$ cm wird, die aber dreimal so groß wie der Wiensche Wert 15,4 cm ist. Allerdings sind die meisten Versuche in Stickstoff und nur zwei Abklingungsversuche in Wasserstoff und nur bei

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 73. S. 504. 1924.

2) W. Wien, Ann. d. Phys. 70. S. 29. 1923.

einiger Spannung gemacht, so daß das Vergleichsmaterial unzureichend ist.

$$\lambda_1^0 \text{ für } H_\alpha.$$

Diese kann man aus Messungen von Vegard berechnen. Für einen Druck p sei das Verhältnis der Intensitäten J_α für H_α und J_β für H_β , ausgesandt von bewegten Atomen für gleiche Länge des Kanalstrahls, bekannt, dann wird

$$\left(\frac{J_\alpha}{J_\beta}\right)_p = \text{konst.} = k b_p.$$

Hier ist k eine Konstante, die nur von der Empfindlichkeit der Platte für H_α und H_β abhängt. Für Druck p_1 und p_2 wird

$$(5) \quad \left(\frac{J_\alpha}{J_\beta}\right)_{p_1} / \left(\frac{J_\alpha}{J_\beta}\right)_{p_2} = \frac{b_{p_1}}{b_{p_2}} \quad \text{oder} \quad \frac{J_{\alpha, p_1}}{J_{\alpha, p_2}} = \frac{b_{p_1}}{b_{p_2}} \frac{J_{\beta, p_1}}{J_{\beta, p_2}}.$$

Für $p_1 = 0,1$ mm und $p_2 = 0,085$ mm ist nach Vegard $\frac{b_{p_1}}{b_{p_2}} = 1,28$ und unabhängig von der Spannung. Nach Ve-

gard sind $\frac{J_{\beta, p_1}}{J_{\beta, p_2}}$ für Entladungsspannungen $V = 8500, 20000$ und 27000 bekannt und in der Tabelle 4 zu finden. Daraus berechnet man das Verhältnis $\frac{J_{\alpha, p_1}}{J_{\alpha, p_2}}$, woraus sich nach Formel (1) auch λ_1^0 für H_α berechnen läßt. Die so gewonnenen Werte 222, 174 und 760 cm sind auf der Tabelle 4 zu finden. Daraus sieht man, daß λ_1^0 für $V = 27000$ Volt gleich 760 cm ist, während W. Wien¹⁾ für $V = 30000$ Volt in einer neueren Arbeit einen Wert von 60 cm angibt. Wenn für das Verhältnis b_{p_1}/b_{p_2} der Wert 1,28 ungefähr richtig ist, dann wird λ_1^0 bei $V = 25000$ Volt nach meiner Messung von $\frac{J_{\beta, p_1}}{J_{\beta, p_2}}$ mit Umrechnung auf H_α mittels der Formel (5) 80¹⁾ cm, was für die beobachtete Kurve in der genannten Arbeit von W. Wien besser paßt als 60 cm.

Die Werte der freien Weglängen der Lichtemission

$$\lambda_2^0 \text{ für } H_\beta \text{ und } H_\gamma.$$

Um λ_2^0 zu ermitteln, müssen wir die Intensitäten dem absoluten Betrag nach ermitteln durch Vergleich mit der

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 76. S. 121. 1925.

2) Hier ist für L_2^0 der Wert 200 cm festgestellt, während W. Wien rechnet mit $L_2^0 = 300$ cm, in welchem Fall $\lambda_1^0 = 71,5$ cm wird.

Strahlung des schwarzen Körpers. Es muß hier darauf geachtet werden, daß die Strahlung des schwarzen Körpers zwei Glasscheiben des Beobachtungsraumes durchdringt, während die der Kanalstrahlen nur durch eine Scheibe dringt. Diese Korrektur ist experimentell an einer Kombination von vier solchen identischer Glasscheiben im gleichen Winkel wie des einfallenden Lichtes des Ofens mit Lummer-Brodhunschem Photometer ermittelt und beträgt 9,06 Proz. pro Scheibe.

Die Werte für σ_β und σ_γ sind in der Tabelle 5 gegeben für $V = 21500$ Volt.

Tabelle 5.

Platte	Druck in mm	$\sigma_\beta \cdot 10^7$ Erg/sec	$\sigma_\gamma \cdot 10^8$ Erg/cm
7	0,038	0,98	2,9
8	0,045	1,59	—
12	0,045	1,12	2,9
13	0,045	1,5	2,81
	0,045	1,23	2,9

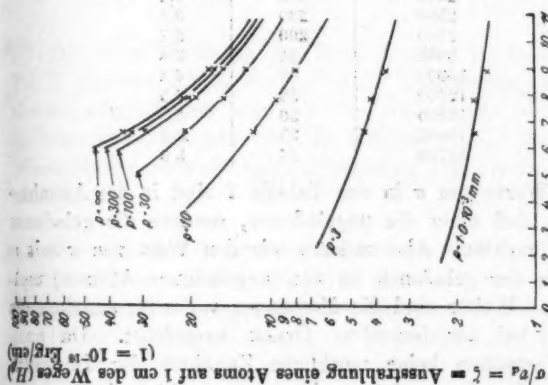
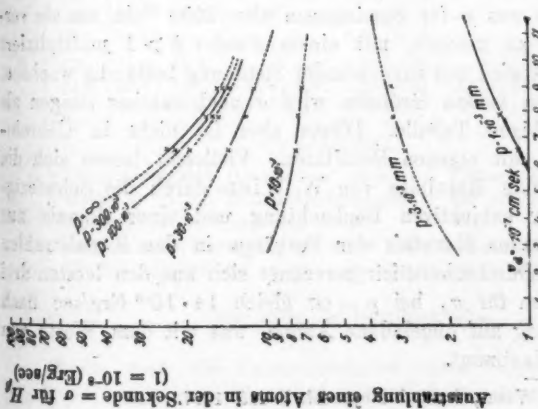
In der folgenden Tabelle 6 sind σ und ζ gegeben für verschiedene Drucke und Geschwindigkeiten für H_β und H_γ , berechnet aus den experimentellen Kurven für J_0 nach der Wienschen Formel (1), d. h. mit $p' = 0$, S. 612 und zweitens nach Formel (4), S. 601. Die Fig. 10a und b veranschaulichen die Resultate. Man sieht daraus, daß mit steigenden Geschwindigkeiten ζ die Lichtausstrahlung pro Zentimeter des Weges abnimmt, und zwar um so mehr, je höher der Druck wird.

Tabelle 6.

Linie	$p \cdot 10^3$ mm	$\sigma_\beta \cdot 10^8$ Erg/sec			$\zeta_\beta \cdot 10^{16}$ Erg/cm		
		6,54	7,82	$8,9 = v_\alpha \cdot 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$	6,54	7,82	$8,9 = v_\alpha \cdot 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$
H_β	0	0	0	0	0	0	0
	1	1,1	1,3	1,3	1,7	1,7	1,5
	3	2,9	3,3	3,3	4,4	4,2	3,7
	10	7,53	7,5	7,1	11,5	9,6	8,0
	30	13,7	11,8	11,0	21,0	15,1	12,4
	100	19,2	14,8	13,5	29,4	19,0	15,2
	300	21,8	15,8	14,4	33,2	20,2	16,2
	∞	23,4	16,6	15,0	35,8	21,2	16,9

Tabelle 6 (Fortsetzung).

Linie	$p \cdot 10^3 \text{ mm}$	$\sigma_y \cdot 10^9$			$\zeta_y \cdot 10^{17}$		
		6,35	7,68	$8,85 = v_d \cdot 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$	6,35	7,68	$8,85 = v_d \cdot 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$
H_γ	0	0	0	0	0	0	0
	1	2,3	3,2	3,2	3,6	4,2	3,6
	3	6,4	8,1	7,9	10,0	10,5	8,9
	10	16,1	17,3	15,8	25,4	22,6	17,8
	30	27,5	26,3	22,6	43,4	34,2	25,5
	100	37,1	32,0	26,7	58,5	41,7	30,2
	300	41,2	33,6	28,1	65,0	43,8	31,8
	∞	43,2	35,0	28,7	68,1	45,6	32,4

Geschwindigkeit d. leuchtenden Atoms
Fig. 10b.Geschwindigkeit des Atoms = v_d
Der Druck im Raum in dem das Atom läuft = p
Fig. 10a.

Die Feststellung von W. Wien, daß sich σ nicht merklich mit der Spannung ändert, wird nicht bestätigt. Die Tabelle 7 gibt die Werte von σ nach W. Wien.¹⁾

Tabelle 7.

Werte von σ_β nach W. Wien.

Spannung V Volt	Druck $p \cdot 10^3$ mm	$\sigma_\beta \cdot 10^7$
1890	401	2,3
1900	400	3,0
2250	310	3,4
2300	300	3,2
2550	230	3,8
2650	200	2,7
5820	81	3,8
10800	60	4,4
12600	53	3,5
13500	50	5,8
18600	39	8,3
32700	16	5,6

Die Werte von σ in der Tabelle 7 sind in der Annahme berechnet, daß nicht die ungeladenen, sondern die geladenen Teilchen leuchten. Also müssen wir den Wert von σ mit w (Verhältnis der geladenen zu den ungeladenen Atomen) multiplizieren. Weiter sind die Messungen von σ für zunehmende Spannung bei abnehmendem Druck ausgeführt. Da nach meinen Versuchen keine merkliche Zunahme der Intensität über einen Druck von 0,1 mm hinaus beobachtet wird, müssen die Werte von σ für Spannungen über 2650 Volt, um sie vergleichbar zu machen, mit einem Faktor $k > 1$ multipliziert werden. k wird mit zunehmender Spannung beständig wachsen. Aus diesen beiden Gründen wird σ noch rascher steigen als in der obigen Tabelle. Dieses aber ist nicht in Übereinstimmung mit eigenen Resultaten. Vielleicht lassen sich die abweichenden Resultate von W. Wien durch die Schwierigkeiten der subjektiven Beobachtung und einer damals nur wenig genauen Kenntnis der Vorgänge in den Kanalstrahlen erklären. Durchschnittlich berechnet sich aus den letzten drei Spannungen für σ_β bei $p = \infty$ gleich $14 \cdot 10^{-8}$ Erg/sec nach Umrechnung auf ungeladene Atome, was mit dem Werte von mir übereinstimmt.

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 23. 8. 415. 1907.

Tabelle 8.

Linie	Spannung V im Volt	Geschwindigkeit $v_d \cdot 10^{-7}$ cm/sec	$l_2^0 \cdot 10^{-4}$ cm
H_β	13 000	6,54	2,37
	21 500	7,82	2,29
	30 000	8,9	2,64
			2,43
H_γ	13 000	6,35	11,3
	21 500	7,68	10,0
	30 000	8,85	11,1
			10,8

Die freie Weglänge der Lichterregung ist in der obigen Tab. 8 gegeben. Man sieht, daß l_2^0 unabhängig ist von der Geschwindigkeit und nur von der Wellenlänge abhängt. Es ist bemerkenswert, daß nach E. Rüchardt l_2^0 im gesamten Wasserstoffkanalstrahl auch unabhängig von der Geschwindigkeit ist.

5. Intensität der Dopplerstreifen und die Teilchenzahlkurve.

Tabelle 9.

Linie	$V \cdot 10^{-3}$ Volt	v_t	v_m	v_1	v_2	v_d	$\frac{v_m}{v_t}$	$\frac{v_1}{v_t}$	$\frac{v_2}{v_t}$	$\frac{v_d}{v_t}$	$\frac{v_d}{2a} = \lambda$
H_β	13	15,8	12,7	—	—	6,54	0,80	—	—	0,41	1,21
	21,5	20,4	15,25	—	—	7,82	0,75	—	—	0,38	1,45
	30	24,1	17,7	—	—	8,9	0,73	—	—	0,37	1,65
H_γ	13	15,8	11,25	—	—	6,35	0,71	—	—	0,40	1,18
	21,5	20,4	13,6	5,97	9,57	7,68	0,67	0,29	0,47	0,39	1,42
	30	24,1	16,2	6,4	11,25	8,85	0,77	0,27	0,47	0,37	1,64

$$2a = 5 \cdot 4,10^7$$

v_t = Geschwindigkeit der Atome nach der Formel $\frac{1}{2} m v_t^2 = e V$, worin V ist die Entladungsspannung, e das elektrische Quantum und m des Masse des Atoms.

v_m = die maximale Geschwindigkeit des Dopplereffekts.

v_1 = Geschwindigkeit des ersten Intensitätsmaxima in Dopplerstreifen.

v_2 = " " zweiten " "

v_d = " der Mitte der Dopplerstreifen.

Wenn man die Intensitätskurve eines Dopplerstreifens (markiert —) in eine Teilchenzahlkurve für leuchtenden Atome

(markiert \dots) durch den Wert von ζ umwandelt und diese wieder (durch das Verhältnis w_h der geladenen zu den ungeladenen Atomen in homogenen Wasserstoffkanalstrahlen¹⁾ in eine Teilchenzahlkurve für geladene Atome (markiert $---$) um-

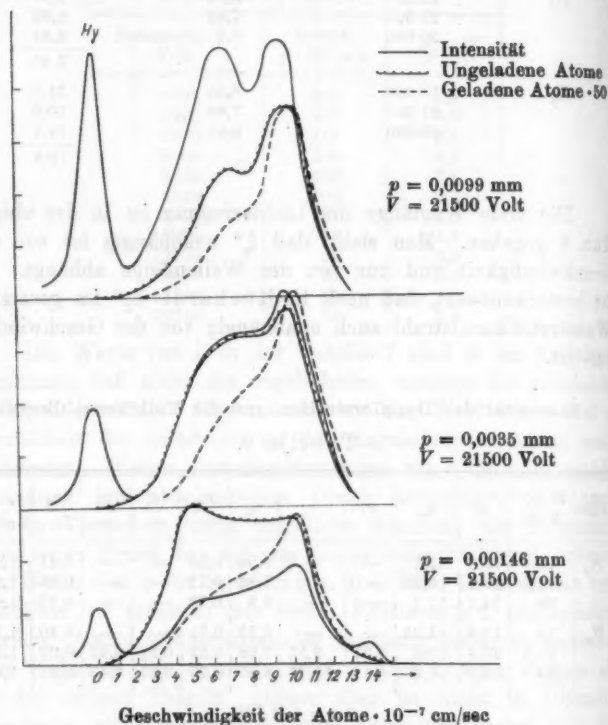


Fig. 11a. (Platte 4.)

wandelt, dann sieht man, daß die Kurven in ihrem Verlauf nicht ähnlich sind; und zwar daß mit steigendem Druck die ersten Maxima, nämlich der langsam sich bewegenden geladenen Atome, sowie der ungeladenen im Vergleich mit den zweiten Maxima,

1) E. Rüchardt, a. a. O.

nämlich den der schnell sich bewegenden Atome, rasch abnimmt. Das soll heißen, daß mit steigender Verdünnung die Dissoziation der bewegten Moleküle zunimmt, in Übereinstimmung mit

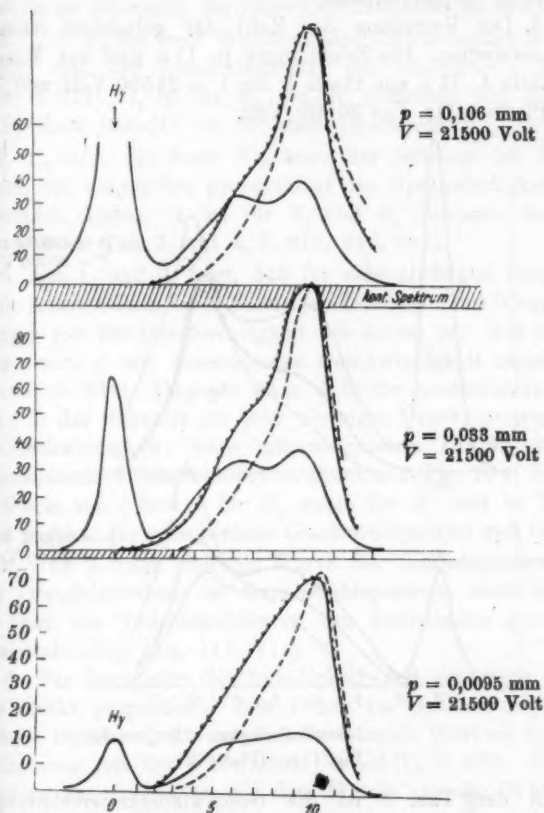


Fig. 11 b. (Platte 5.)

der Zunahme der Dissoziation in Lösungen mit zunehmender Verdünnung. Es soll darauf geachtet werden, daß ζ nicht aus der Tab. 6 zu entnehmen ist, sondern aus Kurven der Tab. 1 oder aus der Formel (1 a), S. 612, mit $p' \neq 0$ berechnet werden soll. Doch ist der Unterschied nicht groß.

Die Figg. 11 a, 11 b, 11 c stellen die folgenden Kurven dar:

1. Die Intensitätsverteilung in Dopplerstreifen.

2. Die Verteilung der Zahl der neutralen leuchtenden Atome in Dopplerstreifen.

3. Die Verteilung der Zahl der geladenen Atome im Dopplerstreifen. Die Zeichnungen in 11 a sind aus Messungen in Platte 4, 11 b aus Platte 5 für $V = 21500$ Volt und in 11 c aus Platte 4 für $V = 30000$ Volt.

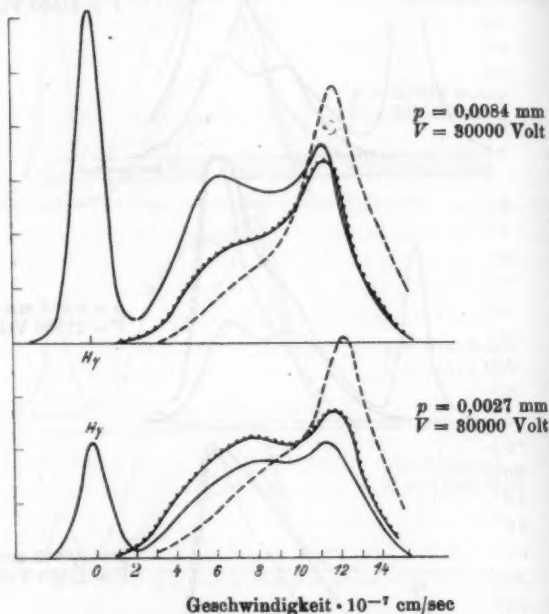


Fig. 11c. (Platte 4.)

In der Tab. 9 ist die Geschwindigkeitsverteilung im Dopplerstreifen gegeben.

Fig. 12, Taf. V gibt einige typische Kanalstrahlspektren, gemacht mit verschiedenen Spannungen und Drucken. Über die Intensität des Lichtes ausgesandt von dem Viellinienspektrum, dem kontinuierlichen Spektrum und den Balmerlinien und ihre Druck- und Spannungsabhängigkeit wird in einer späteren Abhandlung berichtet werden.

Zusammenfassung.

Aus der Untersuchung der Lichtemission der fliegenden Atome des Wasserstoffkanalstrahls in Wasserstoffatmosphäre ist es gelungen, die folgenden Tatsachen zu ermitteln:

1. l_2 , d. h. die freie Weglänge der Lichterregung ist unabhängig von der Geschwindigkeit des leuchtenden Atoms (Tab. 8, S. 621). l_2 ist für H_β und H_γ gemessen und beträgt $2,48 \cdot 10^4$ bzw. $10,8 \cdot 10^4$ cm für einen Druck von $\frac{1}{1000}$ mm Hg.

2. λ_1 , d. h. die freie Weglänge der Störung der Lichtemission ist umgekehrt proportional der Geschwindigkeit des leuchtenden Atoms. λ_1 ist für H_β und H_γ gemessen und für H_α berechnet (Tab. 3 und 4, S. 615, 616, 617).

3. Aus 1. und 2. folgt, daß für sehr niedrigen Druck, ζ , d. h. die Ausstrahlung eines Atoms pro Zentimeter des Weges, unabhängig von der Geschwindigkeit des Atoms ist. Für höhere Drucke wird ζ mit zunehmender Geschwindigkeit abnehmen, Fig. 10 b (S. 619). Dagegen ist σ , d. h. die Ausstrahlung eines Atoms in der Sekunde für sehr niedrigen Druck, proportional der Geschwindigkeit; aber mit steigendem Druck wird es mit zunehmender Geschwindigkeit abnehmen (Fig. 10 a, S. 619). Die Werte von ζ und σ für H_β sowie für H_γ sind in Tab. 6, S. 618 gegeben für verschiedene Geschwindigkeiten und Drucke.

4. Aus 3. folgt, daß die Kurve der Intensitätsverteilung eines Dopplerstreifens im Kanalstrahlspektrum nicht ähnlich sein kann der Teilchenzahlkurve der leuchtenden Atome im Kanalstrahl (Fig. 11 a, 11 b, 11 c).

5. Für konstante Geschwindigkeit und niedrigen Druck ist σ direkt proportional dem Druck im Beobachtungsraum; für hohe Drucke strebt es einem konstanten Wert zu, in Übereinstimmung mit der Wienschen Formel (1), S. 599. Für die Zunahme der Intensität mit dem Druck gilt die Wiensche Formel (1), (Fig. 8, S. 611).

6. l_2 hängt stark von der Wellenlänge ab. Für H_γ ist es 4mal so groß wie für H_β (Tab. 8, S. 621).

7. λ_1 ist dagegen ziemlich gleich für H_β wie für H_γ (für $H_\beta > H_\gamma$); aber für H_α ist es 4mal so viel wie für H_β .

8. Aus der Verteilungskurve der Zahl der leuchtenden Atome im Dopplerstreifen, kann man auf einen Einfluß des Drucks

auf die Dissoziation eines Moleküls schließen. Das Ergebnis ist in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Dissoziation in verdünnten Lösungen (S. 622).

Ich benutze diese Gelegenheit, meinen aufrichtigen Dank an Hrn. Geh. Hofrat Prof. Dr. W. Wien auszusprechen für seine Anregung zu dieser Arbeit, für Rat und Unterstützung während ihrer Anfertigung und für die leihweise Überlassung sowohl der Apparate des Instituts als auch seines eigenen Spektrographen, der bei den Versuchen verwendet wurde. Ich danke ebenfalls Hrn. Privatdozent Dr. E. Rüchardt für das Interesse, das er an dieser Arbeit genommen hat. Sir A. Chatterjee, der High Commissioner for India, sage ich meinen aufrichtigen Dank für ein Stipendium, das mir im Dezember 1924 erteilt wurde.

München, Physik. Inst. der Universität, Mai 1925.

(Eingegangen 24. Juni 1925.)

3. *Über Tonhöhe und Dämpfung der Schwingungen von Saiten in verschiedenen Flüssigkeiten;*

von Hans Martin.

(Jenaer Dissertation.)

Inhaltsverzeichnis: A. Einleitung und Literatur. — Versuchsordnung. — Messung der Schwingungsamplitude der Saite. — Fehlerquellen. — B. Saitenschwingungen in Luft. — Die Resonanzkurve. — Die anharmonische Saitenschwingung. — Die Konstante γ . — Die beiden lose gekoppelten Schwingungen der Saite. — Ergebnisse für das Dekrement. — C. Saitenschwingungen in Wasser. — D. Ergebnisse für das Dekrement bei Saitenschwingungen in Flüssigkeiten. — E. Ergebnisse für das Verhältnis der Schwingungszahlen in Flüssigkeiten und in Luft. — F. Zusammenfassung.

A. Einleitung und Literatur.

Die Tonhöhe eines schwingenden Körpers wird durch das umgebende Medium beeinflusst, und zwar wird die Vertiefung des Tones um so größer, je höher das spezifische Gewicht der umgebenden Substanz ist. Die Dämpfung wird gleichfalls erhöht, wenn die Dichte und die innere Reibung der Substanz steigt.

Über die Änderung der Tonhöhe durch das umgebende Medium liegen nur wenige Arbeiten vor. Friesach¹⁾ veröffentlichte 1867 eine Arbeit: „Über den Einfluß des den Schall fortpflanzenden Mittels auf die Schwingungen eines tönenden Körpers.“ Darin zeigt er, daß die Schwingungszahlen von Saiten verschiedenen Materials, die auf einer Zither gespannt waren, einer konstanten Vertiefung unterlagen, wenn sie in Wasser eingetaucht wurden, und daß diese Tonvertiefung nur abhing vom Material der Saite; seine auf c (1035 Schw./Sek.) in Luft abgestimmten Saiten gaben nach der natürlichen Tonleiter für die

1) K. Friesach, Wiener Ber. 56. S. 316. 1867.

G-Saite der Violine den Ton . . \bar{a} ,
 für eine Violindarmsaite den Ton . \bar{fis}
 und für eine Stahlsaite den Ton . \bar{h} ,

oder als Verhältnis der Schwingungszahlen in Wasser und Luft ausgedrückt bzw. 0,83, 0,70 bzw. 0,94.

Außer Saiten untersuchte er noch die Vertiefung von Silber- und Goldplatten, Glasglocken und Stäben aus Eichen- und Buchenholz. Bei den Versuchen mit Holzstäben fand er das Verhältnis der Schwingungszahlen zu 0,35. Dieser Wert ist insofern bemerkenswert, weil hier der tönende Körper leichter war als die umgebende Flüssigkeit.

Auerbach¹⁾ fand für vier Stimmgabeln, deren Töne er durch Eintauchen in Wasser vertiefte, eine kleine Abhängigkeit des Verhältnisses von der Schwingungszahl, wie folgende Werte zeigen:

n_{Luft}	132	264	396	528
$\frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{n_{\text{Luft}}}$	0,90	0,89	0,88	0,87

Kolacek²⁾ brachte Stimmgabeln in Quecksilber und käufliche Schwefelsäure ($s = 1,7$) und erhielt für das Verhältnis den Wert 0,48 bzw. 0,83.

In seiner theoretischen Arbeit: „Die Frequenzänderung schwingender Saiten und Stäbe in Flüssigkeiten und Gasen“ untersucht A. Kalähne³⁾ den Einfluß des umgebenden Mediums auf die Tonhöhe von Saiten. Da er ungedämpfte Schwingungen voraussetzt und von der inneren Reibung der Flüssigkeit ganz absieht, kann er nur etwas über die Frequenzerniedrigung aussagen. Das für uns wichtige Ergebnis seiner umfangreichen Darlegungen ist, daß das Verhältnis der Schwingungszahlen in einer Flüssigkeit und in Luft sich berechnen läßt nach der Formel:

$$N_{Fl} = N_L \left(1 - \frac{s}{2\varrho} \right).$$

Das Verhältnis ist also nur abhängig von dem Verhältnis des spezifischen Gewichtes der Flüssigkeit (s) und dem der Saite (ϱ).

1) F. Auerbach, Wied. Ann. 3. S. 157. 1878.

2) F. Kolacek, Wied. Ann. 7. S. 23. 1879.

3) A. Kalähne, Ann. d. Phys. 46. S. 1. 1915.

Im folgenden soll über Versuche berichtet werden, die Änderung der Tonhöhe und Dämpfung von Saiten beim Eintauchen in Wasser und andere Flüssigkeiten zu bestimmen. Beides wurde durch Aufnahme von Resonanzkurven gemessen, wobei zur Erzeugung der periodischen Kraft nach vergeblichen Versuchen mit Saiten- und Stimmgabelunterbrecher ein Röhrensender diente, dessen Schwingungszahl in bequemer Weise geändert werden kann. Dabei zeigte es sich, daß die Saitenschwingungen in Luft sehr viel komplizierter sind als man bisher annahm, so daß diese Schwingungen in Luft zunächst eingehend untersucht werden mußten, ehe an die eigentliche Aufgabe, die Wirkung von umgebenden Flüssigkeiten zu studieren, herangegangen werden konnte.

Die Versuchsanordnung.

Die Versuchsanordnung (Fig. 1) bestand aus einem Schwingungskreis, dessen Strom die Spulen eines Dauermagneten

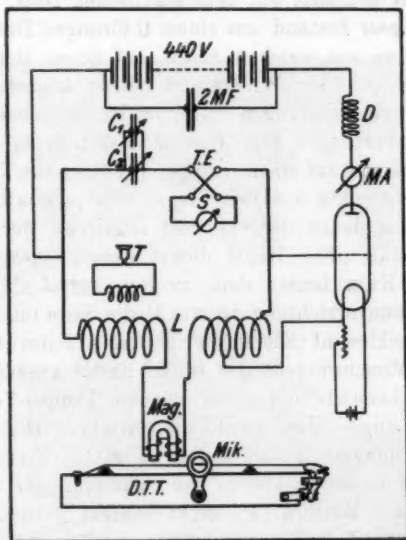


Fig. 1. Versuchsanordnung.

durchfloß. Dadurch konnte eine Saite, die auf einem Doppel-T-Träger ausgespannt war, in Schwingung versetzt werden.

Die Amplitude der Saitenschwingung wurde mit einem Mikroskop beobachtet und gemessen.

Der *Schwingungskreis* mit variabler Frequenz setzte sich zusammen aus einer achtspuligen Selbstinduktion L von zusammen $1,7 \cdot 10^9$ cm, einer Kapazität C_1 von Schottischen Glaskondensatoren zwischen 2000 und 200000 cm, einer Kapazität C_2 bestehend aus acht Drehkondensatoren von je 50—1300 cm, einer Telefunktensenderöhre Type $RW 50$, einer Drosselspule D , einem Milliampereometer MA und einem Thermoelement TE mit Spiegelgalvanometer G . Da Ströme bis 150 Milliampere in Frage kamen, bestand das Thermoelement aus einem Eisendraht von 0,05 mm Durchmesser und einem Manganindraht von 0,07 mm Durchmesser. Hintereinander geschaltet mit der veränderlichen Selbstinduktion war der Magnet (Mag). Lose gekoppelt mit dem Schwingungskreis war der aperiodische Telephonkreis (T). Die Anodenspannung von 440 Volt entnahm ich dem städtischen Netz.

Der *Magnet* bestand aus einem U-förmigen Dauermagneten mit Polschuhen aus weichem Eisen, auf denen sich die Drahtspulen befanden. Ihr Widerstand betrug höchstens 10 Ohm. Die Spulen und Zuleitungen waren in Pizein gebettet, um den Magneten unbeschadet dem Wasser aussetzen zu können.

Die *Saite* war auf einem Doppel-T-Träger von 75 cm Länge gespannt. Sie ruhte auf zwei Stegen von prismatischem Stahl (*St* Fig. 3), von denen der eine fest angelötet, der andere anschraubbar war. Ein Hebel diente zum bequemen Spannen der Saite. Kurz hinter dem zweiten verschiebbaren Stege nach der Spannvorrichtung zu wurde die Saite immer noch besonders festgeklemt (Klemmvorrichtung K), um einen Einfluß infolge des Mitschwingens des freien Endes auszuschalten.

Ferner benutzte ich einen kleinen Doppel-T-Träger von nur 27 cm Länge. Hier wurde die Saite mit Hilfe von Bohrfuttereinspannungen (BF) gehalten (Fig. 2). Mittels der aufgeschnittenen Gewinde konnte die Spannung der Saite durch Verstellung der Muttern (M) leicht bewirkt werden.

Die *Doppel-T-Träger* versenkte ich für den Versuch in Wasser in passende Zinkwannen. Diese wurden immer so hoch mit luftarmem Wasser gefüllt, bis der Wasserspiegel etwa 1 cm über der Saite stand.

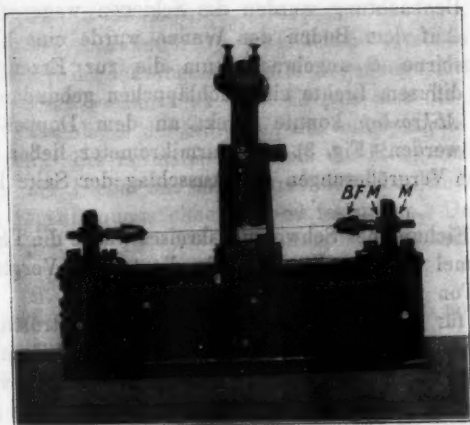


Fig. 2.

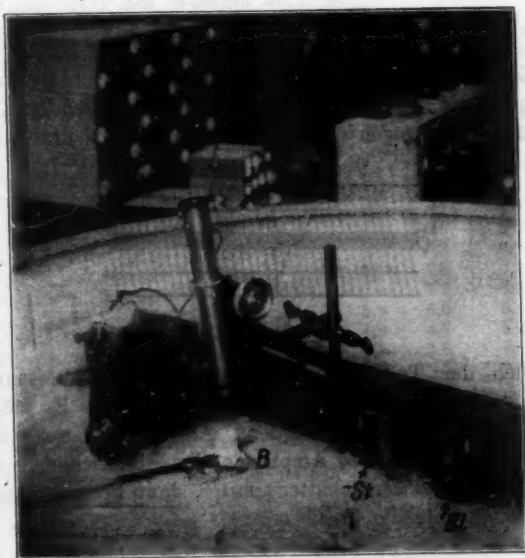


Fig. 3.

Zur Beobachtung wurden die Schienen wagerecht gelegt (Fig. 3). Auf dem Boden der Wanne wurde eine kleine Beleuchtungsbirne *B* angebracht, um die zur Erzeugung von möglichst diffusum Lichte ein Tuchläppchen gebunden war.

Das *Mikroskop* konnte direkt an dem Doppel-T-Träger befestigt werden (Fig. 3). Okularmikrometer ließen bei verschiedenen Vergrößerungen den Ausschlag der Saite leicht ermitteln.

Zur Eichung des Schwingungskreises wurde die Thomson'sche Formel benutzt. Stimmgabeln dienten als Vergleichstöne für den Ton im Telephon (*T*).

Um für die Dauer einer Messung die Stromamplitude konstant zu halten, wurde der sich durch Einschalten anderer Kapazitäten oder durch Schwankung der Anodenspannung etwa wenig verändernde Ausschlag des Galvanometers zwischen jeder Amplitudenmessung kontrolliert und gegebenenfalls durch eine kleine Änderung des Heizstromes auf demselben Wert gehalten.

Messung der Schwingungsamplitude der Saite.

Es wurde jedesmal der Durchmesser der Saite in Ruhe bestimmt und möge *a* Skalenteile des betreffenden Okularmikrometers betragen (Fig. 4). Schwingt dann die Saite, so

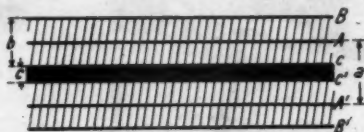


Fig. 4.

hebt sich der Teil scharf ab und erscheint als schwarzer Strich, der sich bei der Schwingung überlagert. Er möge als Kernschatten bezeichnet werden. Als Halbschatten (Fig. 4) bildet sich die doppelte Amplitude aus. Bezeichnen wir den Durchmesser des Kernschattens mit *c*, dann berechnet sich die Schwingungsweite der Saite zu:

$$A = \frac{b}{2} = \frac{a - c}{2}.$$

Aufnahme der Resonanzkurve.

Nach dem bekannten Bjerknesschen Verfahren sollte die Resonanzkurve der schwingenden Saite aufgenommen und daraus das Dekrement bestimmt werden. Es galt also die Abhängigkeit des Ausschlages der Saite von der aufgeprägten Frequenz zu ermitteln. Bei normalem Verlaufe der Resonanzkurve ließ sich aus der Stelle des Maximums der Amplitude die zugehörige Eigenfrequenz ohne weiteres feststellen. Das folgende Protokoll gibt ein Beispiel einer Resonanzkurvenaufnahme.

Protokoll vom 17. Juli 1924.

Kleine Schiene: Stahldraht Durchmesser 0,5 mm. Saitenlänge 9,8 cm.

Abstand des Magneten 1 mm. Selbstinduktion 3 Spulen.

Rückkopplung 2 „

Eigenschwingung in Luft bei 62900 cm Kapazität.

Eichung: 1024 Schw./Sek. bei 93000 cm „

Daraus Ton der Saite in Luft $N = 1245$ Schw./Sek.

Temperatur des Wassers $20,7^{\circ}\text{C}$.

Durchmesser a der Saite 54,4 Skalenteile (1 Skt. = $\frac{1}{108}$ mm).

Ausschlag des Spiegelgalvanometers 45 Skalenteile.

Kap.	Durchmesser	c	b		$b_{\max} = 10$	
67400	82,4—135,0	82,2—134,8	1,8	1,8	1,9	1,9
68700	82,8—134,8	82,2—134,3	2,4	2,3	2,6	2,5
70000	83,3—134,2	83,1—133,8	3,5	3,7	3,8	4,0
70650	83,8—133,6	83,6—133,3	4,6	4,7	5,0	5,1
71300	84,7—132,8	84,3—132,4	6,3	6,3	6,8	6,8
71950	85,6—131,7	85,3—131,4	8,3	8,3	9,0	9,0
72600	86,1—131,3	85,9—131,0	9,2	9,3	10,1	9,9
73250	85,3—131,9	85,3—131,8	7,8	7,9	8,4	8,5
73900	84,3—132,8	84,3—132,7	5,9	6,0	6,4	6,5
74600	83,7—133,4	83,7—133,3	4,8	4,7	5,2	5,1
75200	83,2—133,9	83,2—133,8	3,7	3,8	4,1	4,2
76500	82,7—134,4	82,7—134,4	2,7	2,7	2,9	2,9
78100	82,3—134,8		1,8		1,9	

Die Werte für die Ausschläge wurden einmal bei fallender und dann bei steigender Frequenz ermittelt. Aus der Fig. 5 ergibt sich für die Resonanzkapazität die Kapazität von 72500 cm. Die Eichung mit der Stimmgabel von 1024 Schw./Sek. ergab bei der benutzten Heizung für diesen Ton die Kapazität von 92600 cm oder den Ton 1158 Schw./Sek.

Das Verhältnis der Schwingungszahlen berechnet sich somit zu $V = \frac{1158}{1245} = 0,930$.

Zur Bestimmung des Dekrements aus der Resonanzkurve wurde die gleiche Formel benutzt, wie sie bei elektrischen Schwingungskreisen Verwendung findet:

$$\vartheta = \frac{\pi \cdot (C' - C'')}{2 C_r \sqrt{\left(\frac{A_r}{A}\right)^2 - 1}}$$

Statt der Stromamplitude traten in unserem Falle die Ausschläge der Saite (A_r und A).

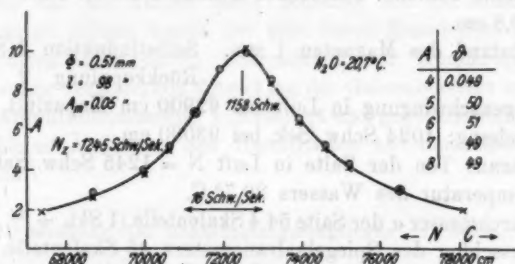


Fig. 5.

Zur Vereinfachung der Auswertung wurde der doppelte maximale Ausschlag der Saite b immer gleich 10 gesetzt und ϑ für die Ordinatenwerte 4—8 berechnet. Die Abweichung der Werte für die einzelnen Punkte einer Resonanzkurve betrugen einige Prozent. Durch Auswertung von 4—5 Punkten einer Resonanzkurve ließ sich ein mittlerer Fehler von 1 bis 2 Proz. erreichen.

Fehlerquellen.

Sowohl in Luft wie in Wasser wurden die Doppel-T-Träger immer auf Filz gelegt, um eine Übertragung der Schwingungen und damit irgendwelche Resonanzeffekte zu verhüten.

Bei allen Versuchen wurde eine Verdrillung der Saite nach Möglichkeit verhindert.

Stören, ja vollkommen fälschen, konnten kleine Luftbläschen eine Dekrementsbestimmung, falls sie sich in größerer Anzahl an die Saite ansetzten und dadurch den Auftrieb ver-

änderten. Da in gewöhnlichem Leitungswasser schon nach ganz kurzer Zeit sich die Saite mit zahllosen Bläschen bedeckt, wurde das zu benutzende Wasser nach und nach in einer großen Flasche mit Hilfe einer Wasserstrahlpumpe luftarm gemacht. Während eines Versuches wurden die etwa anhaftenden Luftblasen mit einem Haarpinsel dauernd entfernt.

B. Saitenschwingungen in Luft.

Die Resonanzkurve von Saitenschwingungen.

Als ich versuchte, die Resonanzkurve schwingender Saiten in Luft zu bestimmen, zeigten sich sehr erhebliche Schwierigkeiten, die nach längerer Untersuchung auf folgende Gründe zurückgeführt wurden:

a) Die Tonhöhe der Saiten hängt von der Amplitude ab, infolgedessen treten anharmonische Schwingungen ein.

b) Die Saiten besitzen nicht eine Grundschiwingung, sondern stets zwei nahe beieinander liegende Schwingungen, die miteinander lose gekoppelt sind.

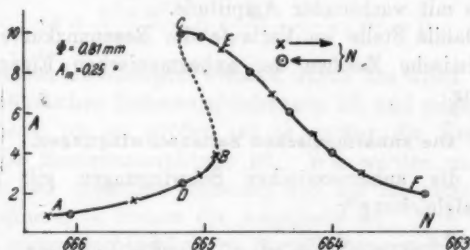


Fig. 6. Resonanzkurve einer schwingenden Saite in Luft.

Alle Resonanzkurven zeigen mehr oder weniger den Verlauf, wie ihn sehr ausgeprägt Fig. 6 darstellt. Beobachtet man den Ausschlag in Abhängigkeit von der aufgeprägten Frequenz, so hat man folgendes zu unterscheiden: Verkleinert man langsam die Frequenz, so kommt man von A bis B. Hier schaukelt sich bei nur ganz geringer weiterer Vertiefung der Ausschlag hoch, um bei E wieder einen festen Wert anzunehmen. Von E nach F ist der Verlauf wieder stetig, wenn man die aufgeprägte Frequenz weiter verringert. Im um-

gekehrten Falle, bei steigender Frequenz, fällt der Ausschlag der Saite nach Überschreitung des Punktes *C* momentan ab, um bei *D*, bei dem regelrechten Werte, stehen zu bleiben und dem ursprünglichen Verlaufe zu folgen. Das Kurvenstück zwischen *B* und *C* läßt sich experimentell also nicht verwirklichen.

Hartmann-Kämpf¹⁾ bekam bei seinen Dekrementuntersuchungen von Stimmgabeln auch keine regelmäßigen

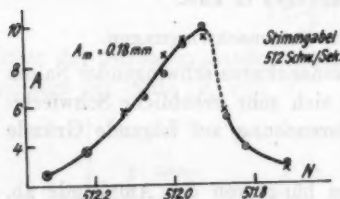


Fig. 7. Resonanzkurve der Schwingungen einer Stimmgabel.

Resonanzkurven. Er hat gezeigt, daß bei Stimmgabelschwingungen der Eigenton mit wachsendem Ausschlage etwas tiefer wird. Das zeigt auch die Resonanzkurve in Fig. 7, die ich mit einer Kohl'schen Stimmgabel (512 Schw.-Sek.) aufgenommen

habe; nur liegt hier die labile Stelle im Gegensatz zu den Saitenschwingungen nach der Seite der tieferen Schwingung, entsprechend dem Tieferwerden des Tones mit wachsender Amplitude.

Die labile Stelle im Verlaufe der Resonanzkurve ist das charakteristische Zeichen der anharmonischen Eigenart der Schwingung.

Die anharmonischen Saitenschwingungen.

Für die anharmonischen Schwingungen gilt folgende Differentialgleichung²⁾:

$$(1) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \chi \cdot \frac{dx}{dt} + \alpha^2 \cdot x - \gamma \cdot x^3 = k \cdot \sin \omega t;$$

darin bedeutet:

k = Maximalintensität der wirkenden Kraft des Erregermagneten auf die Masseneinheit,

χ = Dämpfungsfaktor der schwingenden Saite,

α = Kreiseigenfrequenz der schwingenden Saite,

1) R. Hartmann-Kempf, Diss. Würzburg 1902.

2) G. Duffing, Erzwungene Schwingungen bei veränderlicher Eigenfrequenz, Braunschweig 1918.

V. Appleton, On the Anomalous Behaviour of a Vibration, Phil. Mag. 47. S. 609. 1924.

γ = Konstante, deren Wert noch diskutiert werden soll,
 x = Amplitude der erzwungenen Saitenschwingung,
 ω = Kreisfrequenz des erregenden Schwingungskreises.

Die Gleichung (1) läßt sich nicht streng lösen, und wir setzen als angenäherte Lösung:

$$(2) \quad x = A \cdot \sin \omega t + B \cdot \cos \omega t,$$

wofür wir auch

$$(3) \quad x = C \cdot \sin(\omega t - \epsilon)$$

schreiben können. C ist dann bestimmt durch:

$$(4) \quad C = \sqrt{A^2 + B^2}.$$

Da wir vorderhand nur stationäre Bedingungen ins Auge fassen, sind darin A und B bzw. C Konstanten, die nur noch von ω abhängen, d. h. zu jedem ω gehört ein ganz bestimmter Wert von C . Als Bestimmungsgleichungen für A und B bekommt man:

$$(5) \quad k \cdot B + \gamma \cdot \omega (A^2 + B^2) = 0$$

und

$$(6) \quad A + \frac{\alpha^2 - \omega^2}{\gamma \cdot \omega} \cdot B + \frac{0,75 \cdot \gamma \cdot k}{\gamma^2 \cdot \omega^2} \cdot B^2 = 0.$$

Diese beiden Gleichungen weichen durch das Glied mit γ von den gewöhnlichen Resonanzgleichungen ab und zeigen, daß die Abweichung um so größer ist, je größer die Kraft k und damit die Resonanzamplitude ist. Wir werden uns also um so mehr der normalen Resonanz und der ihr entsprechenden Kurve nähern, je kleiner die Amplitude ist.

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem A, B stellt Gleichung (5) einen Kreis, und Gleichung (6) eine Parabel dar. Für ein bestimmtes ω gibt die Entfernung des Schnittpunktes zwischen Kreis und Parabel vom Koordinatenanfangspunkte den gesuchten Amplitudenwert zu C .

Beispiel für die Konstruktion einer Resonanzkurve der anharmonischen Schwingungen.

Die Resonanzkurven von Saitenschwingungen in Luft zeigen, daß sich der Resonanzvorgang nur in einem sehr kleinen Gebiet der veränderten aufgeprägten Frequenz abspielt. In den Formeln:

$$(5a) \quad A^2 + B^2 + \frac{k}{2\pi\chi N} \cdot B = 0,$$

$$(6a) \quad A + \frac{4\pi\Delta N}{\chi} + \frac{0,75 \cdot \gamma \cdot k}{\chi^2 \cdot 4\pi^2 \cdot N^2} \cdot B^2 = 0,$$

in denen N die Frequenz der aufgeprägten Schwingungszahl bedeutet und γ , χ , k Konstanten sind, nehmen wir deshalb N als Konstante an und setzen es gleich der Resonanzfrequenz für kleine Amplituden. Betrachten wir die Fig. 6, so sehen wir, daß sich der gesamte Vorgang bei einer Änderung der Schwingungszahl um $1/2$ Proz. abspielt. Um die Konstanten γ , χ und k zu bestimmen, können wir einmal mehrere Punkte der experimentellen Resonanzkurve zur Auswertung heranziehen. Andererseits können wir für kleine Amplituden noch harmonische Schwingungen voraussetzen und nach der gewöhnlichen Weise ϑ und damit χ berechnen. Jeder Punkt der experimentell ermittelten Resonanzkurve gibt uns dann einen Wert für γ . Die Konstante k ist dadurch festgelegt, daß wir den maximalen Ausschlag der Saite wie immer für die Konstruktion gleich 10 setzen. Er beträgt in Wirklichkeit im vorliegenden Falle 0,025 cm. Die Resonanzfrequenz für kleine Amplituden in Fig. 6 ist $N = 664,3$ Schw./Sek. Für kleine Ausschläge ergibt sich aus Fig. 6 das Dekrement zu 0,0019, wodurch χ den Wert 2,5 erhält. Als Mittelwert für γ wurde der Wert $\gamma = -500$ gefunden.

Unter Benutzung der Werte für $\gamma = -500$, $\chi = 2,5$ und $k = 104300$ erhalten wir für die Gleichungen (5a) und (6a):

$$(5b) \quad A^2 + B^2 + 10B = 0,$$

$$(6b) \quad A + 5 \cdot \Delta N \cdot B - 0,36B^2 = 0.$$

Darin bedeutet ΔN die Abweichung von der Resonanzfrequenz 664,3 Schw./Sek.

In Fig. 8 ist die mit Hilfe der Formeln (5b) und (6b) konstruierte Resonanzkurve gezeichnet. Die experimentell gefundenen Werte aus Fig. 6 sind in Fig. 8 mit eingetragen und stimmen mit den theoretischen Werten bis auf die Werte in der Spitze der Resonanzkurve gut überein. Die punktierte regelmäßige Resonanzkurve ist konstruiert unter der Annahme, daß $\gamma = 0$ ist. Fig. 8 zeigt, daß für kleine Amplituden rechts

und links von der maximalen Resonanz die Resonanzkurven der rein harmonischen Schwingungen ($\gamma = 0$) und der anharmonischen Schwingungen übereinstimmen.

Was nun die Labilität einiger Punkte betrifft, so lassen sich diese durch weitere Betrachtungen finden. Vollständig

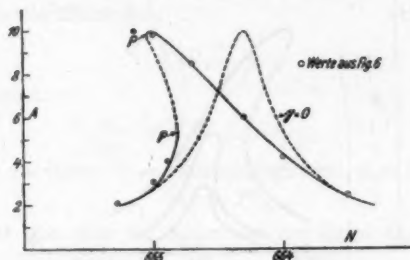


Fig. 8.

durchgeführt ist dies in der erwähnten Arbeit von Appleton. Man setzt in dem Ansatz (2):

$$x = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

A und B nicht mehr als Konstanten an, sondern betrachtet sie als Funktionen der Zeit. Dann faßt man kleine Änderungen ΔA und ΔB ins Auge.

Durch die Ansätze:

$$\Delta A = C' \cdot e^{mt}$$

$$\text{und } \Delta B = C'' \cdot e^{mt}$$

erhält man bestimmte Gleichungen für m . Unter Berücksichtigung, daß nur negatives m stabile Werte der Amplitude ergeben kann, lassen sich diese finden. Man kann so für verschiedene maximale Ausschläge die Grenzgebiete bestimmen,

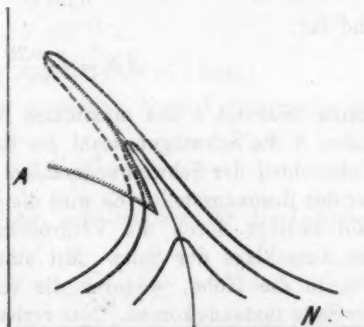


Fig. 9. Theoretische Resonanzkurven.

in denen die Ausschläge stabil bzw. instabil sind. Die Fig. 9 ist der Arbeit von Appleton entnommen, und das schraffierte

Gebiet ist das der instabilen Punkte. In Fig. 8 liegt dieses zwischen den Punkten P und P' . Fig. 10 zeigt entsprechend Fig. 9 drei Resonanzkurven, wie ich sie experimentell aufgenommen habe.

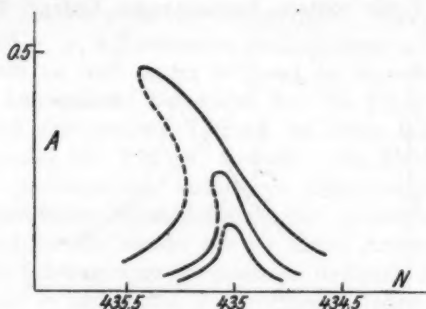


Fig. 10.

Die Konstante γ .

Wir gehen aus von den Gleichungen (5a) und (6a). Im Falle des maximalen Ausschlags wird A gleich 0 und damit B gleich C . Wir erhalten dann für:

$$\gamma = \frac{8\pi^2 \cdot N \cdot \Delta N}{0,75 \cdot h^2} \quad (a)$$

und für:

$$\Delta N = \frac{\gamma \cdot 0,75 \cdot h^2}{8\pi^2 \cdot N};$$

hierin bedeutet h den maximalen Ausschlag in der Mitte der Saite, N die Schwingungszahl der Resonanzstelle und ΔN den Unterschied der Schwingungszahlen für kleine Ausschläge und der der Resonanzstelle. Es wird die Änderung der Schwingungszahl bedingt durch die Vergrößerung der Spannung infolge des Ausschlags der Saite. Mit stärkerer Spannung geht der Ton in die Höhe, wodurch die veränderliche Eigenfrequenz der Saite zustande kommt. Nun verhalten sich zwei Schwingungszahlen N_1 und N_2 wie die Wurzeln aus den zugehörigen Spannungen P_1 und P_2 . Dann ist:

$$\frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}},$$

wobei:

$$N_2 > N_1, \quad P_2 = P_1 + P^x, \quad N_1 - N_2 = -\Delta N$$

sei.

$$\frac{N_2}{N_1} = \sqrt{1 + \frac{P^x}{P_1}} \sim 1 + \frac{1}{2} \frac{P^x}{P_1}; \quad -\frac{\Delta N}{N_1} = \frac{1}{2} \frac{P^x}{P_1}.$$

Für die zusätzliche Spannung P^x erhalten wir aus der Formel für den Elastizitätsmodul:

$$E = \frac{P^x \cdot l}{\lambda \cdot q}.$$

Die Beziehung:

$$\frac{P^x}{q} = \frac{E \cdot \lambda}{l} \text{ Dyn/qcm.}$$

(l = Länge der Saite, E = Elastizitätsmodul, λ = Verlängerung durch P^x .)

Desgleichen läßt sich die Spannung der Saite aus der Formel für die Schwingungszahl:

$$N = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{9,81 P}{p}}$$

berechnen und ergibt:

$$\frac{P}{q} = 4s l^2 N^2 \text{ Dyn/qcm.}$$

(s = Dichte, l = Länge.)

Im idealen Falle stellt eine schwingende Saite eine Sinuslinie dar von der Form:

$$y = h \cdot \sin \frac{\pi}{l} x.$$

(h = maximale Amplitude, l = Länge.)

Daraus ergibt sich für den Ausschlag h die Verlängerung der Saite in erster Annäherung:

$$\lambda = \frac{h^2 \cdot \pi^2}{4l};$$

unter Benutzung der Formeln erhalten wir für die Differenz der Schwingungszahlen:

$$-\Delta N = \frac{E \cdot \pi^2 \cdot h^2}{32 \cdot s \cdot l^4 \cdot N}$$

und somit für γ :

$$\gamma = -\frac{E \cdot \pi^4}{3 \cdot s \cdot l^4} \text{ (b).}$$

Hieraus sehen wir, daß die Konstante γ in erster Annäherung unabhängig vom Radius, von der Spannung und Schwingungs-

zahl der Saite ist. Daß γ tatsächlich eine Konstante für eine bestimmte Saitenlänge beim gleichen Material ist, zeigt folgende Tabelle:

Durchmesser in cm	N	$\Delta N_{\text{beob.}}$	$h_{\text{beob.}}$ in cm	$\gamma = \frac{\Delta N \cdot N \cdot 8\pi^2}{0,75 \cdot h^3}$
0,081	481	- 1,1	0,087	- $4,4 \cdot 10^7$
0,081	481	- 0,51	0,027	- $3,6 \cdot 10^7$
0,081	481	- 0,1	0,012	- $3,6 \cdot 10^7$
0,081	389	- 2,28	0,050	- $3,8 \cdot 10^7$
0,081	389	- 0,60	0,028	- $3,2 \cdot 10^7$
0,051	707	- 1,4	0,055	- $3,5 \cdot 10^7$
0,051	707	- 0,38	0,027	- $3,8 \cdot 10^7$
0,030	814	- 0,89	0,040	- $4,8 \cdot 10^7$
0,080	662	- 0,52	0,026	- $5,4 \cdot 10^7$

Die Länge der Stahlsaiten betrug in jedem Falle 40 cm und es wurde immer die erste Oberschwingung erregt. Trotzdem drei Saiten von verschiedenem Querschnitt benutzt wurden und die Bestimmung von ΔN , besonders bei dünnen Saiten infolge der Doppelschwingung der Saite, die im nächsten Abschnitt gezeigt werden wird, sehr erschwert werden kann, ist eine für die vorliegenden Verhältnisse zufriedenstellende Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert nach Formel (b):

$$\gamma = - \frac{2000 \cdot 10^9 \cdot \pi^4}{8 \cdot 7,8 \cdot 20^4} = - 5,3 \cdot 10^7$$

vorhanden. Dabei ist der Elastizitätsmodul mit $2000 \cdot 10^9$ und die Dichte der Saite mit 7,8 eingesetzt.

Die beiden lose gekoppelten Schwingungen der Saite.

Zupft man eine gespannte Saite in Luft an, so hört man in der Regel keinen einfachen Ton, sondern man hört Schwebungen. Die Anzahl dieser Schwebungen ist abhängig von der Art der Auflage bzw. Einspannung, von der Dicke, von der Spannung und vom Material der Saite. Beobachtet man die Abnahme des Ausschlages einer angezupften Saite, so bemerkt man, daß die Amplitude nicht gleichmäßig abnimmt, sondern daß ihre Abnahme etwa in der Art verläuft, wie es die Skizze in Fig. 11 zeigt.

Es stimmt die zeitliche Entfernung zweier Maxima mit der Dauer einer Schwebung überein. Sieht man sich den

Verlauf der Abnahme in zwei senkrecht zueinander stehenden Mikroskopen an, so sieht man in beiden das gleiche Bild. Daß nicht allein die Auflage der Saite auf Stege — die Schwebungen lassen sich im übrigen auch an anderen Musikinstrumenten, Klavier, Geige und Gitarre nachweisen — verantwortlich zu machen ist, zeigt der Umstand, daß auch bei Bohrfuttereinspannung, wo die Saite symmetrisch an vier Stellen gefaßt wird, die beiden Schwingungen vorhanden sind. Die Saite schwingt also mit zwei Schwingungen, deren Frequenzen um die Anzahl der Schwebungen verschieden sind, und die Energie wandert infolge einer bestehenden Kopplung bei freiem Abklingen zwischen den beiden Schwingungen hin und her.

Wenn es sich um die Feststellung der Doppelschwingung handelte, wurde immer mit zwei Mikroskopen beobachtet. Fig. 12 zeigt das Ergebnis einer solchen Messung.

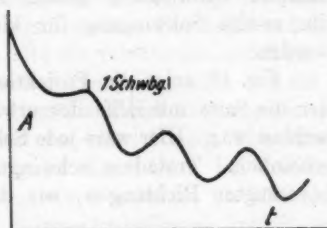


Fig. 11.

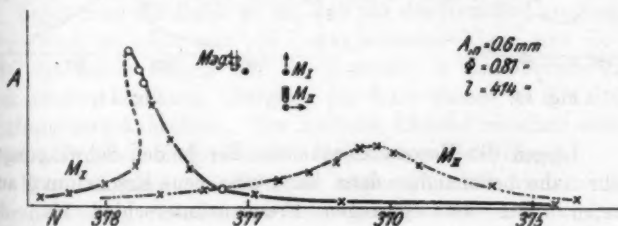


Fig. 12.

Mit dem Mikroskop $M I$ wurde die Schwingung senkrecht zu den Stegkanten verfolgt und ergab das Bild der schwach gedämpften Schwingung. Die strichpunktierte Linie zeigt den Verlauf der Schwingungsamplitude in der Stegebene, wie er sich mit dem Mikroskop $M II$ feststellen ließ. Der Magnet befand sich etwas seitwärts von der Saite, wie das in Fig. 12 angedeutet ist. Die Anzahl der in Luft mit Hilfe einer Stopp-

uhr pro Sekunde gezählten Schwebungen betrug 1,6. Dieselbe Zahl ergibt sich aus Fig. 12, wenn man den Unterschied der Schwingungszahlen für kleine Amplituden ins Auge faßt. Wurde der Magnet nun so gestellt, daß er die schwach gedämpfte Schwingung genau senkrecht erregte, so konnte die zweite Schwingung für kleine Amplituden ausgeschaltet werden.

Fig. 13 zeigt die Projektion einer Saitenschwingung, bei der die Saite mit Hilfe des erwähnten Bohrfutters eingespannt worden war. Hier wäre jede Schwingungsrichtung gleich wahrscheinlich. Trotzdem schwingt die Saite auch hier in zwei bevorzugten Richtungen, wie das aus Fig. 13 zu ersehen ist.

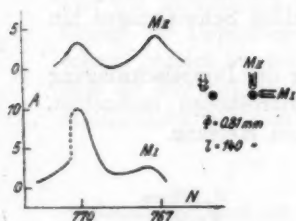


Fig. 13.

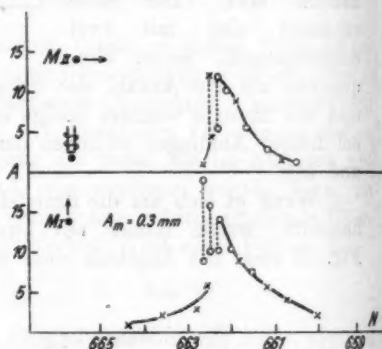


Fig. 14.

Liegen die Resonanzfrequenzen der beiden Schwingungen sehr nahe beieinander, dann kann eine neue Erscheinung auftreten. Bei dem geringen Frequenzunterschied sind die Dämpfungen nicht sehr verschieden, und wir haben eine starke Abhängigkeit der Amplitude von der aufgeprägten Frequenz. Auch verändert sich mit dem Ausschlag die Eigenfrequenz für jede Schwingung etwas. Die bestehende Kopplung bringt es dann mit sich, daß die Amplituden in einem kleinen Gebiete der Resonanzkurven keine stationären Werte annehmen, sondern zwischen ganz bestimmten Werten hin und her pendeln.

In Fig. 14 habe ich die entsprechenden Werte, die ich nacheinander mit den beiden Mikroskopen beobachtet habe,

verbunden, und wir sehen, daß das Unstetigkeitsgebiet zwischen 662,2 und 662,7 Schw./Sek. liegt.

Wie aus den Darlegungen und Kurven dieses Abschnittes hervorgeht, haben wir es bei einer Saitenschwingung in Luft neben der anharmonischen Eigenart der Schwingung noch mit einem zweiten verwickelten Vorgang zu tun. Die Saite unterliegt von sich aus zwei Kräften, die die verschiedenen Schwingungszahlen der beiden miteinander lose gekoppelten Schwingungen veranlassen. Um noch über die Form (Gerade, Kreis) der erzwungenen Schwingung und vor allen Dingen über den Übergang von einer Schwingung in die andere bei freiem Abklingen und fremder Erregung etwas aussagen zu können, versuchte ich den Verlauf der Saitenschwingungen irgendwie sichtbar zu machen und gelangte zu folgender Versuchsanordnung: Auf der Saite wird ein ganz kleines Glassplitterchen mit Hilfe von etwas Pizein angekittet. Beleuchtet man dieses Splitterchen mit einer kleinen Lampe und Lupe, so läßt sich die Stellung von Lampe und Lupe immer so wählen, daß man in einem schräg von oben von der Saite auf das Splitterchen eingestellten Mikroskope einen oder mehrere scharfe, hell leuchtende Punkte erblickt. Und diese Punkte geben uns ein Bild von der charakteristischen Schwingungsform der Saite.

Zupft man die Saite so an, daß nur die Grundschiwingung erregt wird, so sieht man als Lissajoussche Figur eine Gerade, die durch Ellipse und Kreis wieder in eine Gerade in einer zweiten Richtung übergeht, um dann ebenso in die alte Richtung zurückzukehren. Der zeitliche Abstand zwischen zwei gleichen Figuren entspricht der Dauer einer Schwebung.

Wird dagegen die Saite so angezupft, daß auch noch Oberschwingungen vorhanden sind, dann sieht man ganz charakteristische Ausbuchtungen der Schwingungsfigur um diese herumwandern. Dieser Effekt zeigt sich bei einer dünnen Saite besser als bei einer dicken.

Der in Fig. 12 dargestellte Fall gibt für die beiden Resonanzstellen als Schwingungsfiguren Gerade, da die Eigenfrequenzen sehr weit auseinander liegen, während die Saite in Fig. 13 in zwei Ellipsen mit verschiedenen Hauptachsenrichtungen schwingt. Beim Pendeln der Schwingungen wandert eine Ellipse zwischen zwei Stellungen hin und her.

Was die Verschiedenheit der Dämpfung anbetrifft, so läßt sich das Dekrement nur messen, wenn die beiden Schwingungen sich nicht mehr merklich gegenseitig beeinflussen. Die Dekremente der in Fig. 13 dargestellten Resonanzkurven verhalten sich wie 1 : 6; und es ist das auch das größte Verhältnis, welches ich bis jetzt beobachtet habe.¹⁾

**Ergebnisse für das logarithmische Dekrement
bei Saitenschwingungen in Luft.**

Durch diese beiden Komplikationen: den anharmonischen Schwingungscharakter und das Vorhandensein zweier Eigenschwingungen wird die Bestimmung des Dekrements sehr erschwert. Man muß dazu entweder Resonanzkurven mit sehr kleinen Amplituden benutzen, wodurch die Berechnung ungenau wird, oder man muß Amplituden zur Auswertung benutzen, welche von dem eigentlichen Resonanzpunkt weit entfernt sind. Ebenso ist die doppelte Schwingungszahl hinderlich, weil die beiden Schwingungen sehr schwer isoliert werden können; es gelingt dies völlig nur dann, wenn die beiden Schwingungen nicht zu nahe beieinander liegen. Die im folgenden angegebenen Dekremente sind daher nur als Näherungswerte zu betrachten, geben aber ein Bild von der geringen Dämpfung der Saiten in Luft. Gerade auf diesem geringen Dekrement beruht auch der starke Einfluß der Komplikationen und die Schwierigkeit der Messung.

Sämtliche Werte der folgenden Tabelle sind mit Hilfe der langen Schiene (vgl. S. 630) und der Auflage der Saiten auf den Stegen ermittelt. Die Erregung der Duraluminiumsaite wird S. 652 beschrieben werden.

1) Wenn die Entfernung des Magneten weniger als einen Millimeter betrug, dann wurde die Eigenfrequenz und die Dämpfung der Saitenschwingung durch den Magneten verändert. Der Ton der Saite wurde tiefer, und das Dekrement nahm zu. Ein zu naher Magnet bewirkte sogar, daß die Konstante γ ihr Vorzeichen änderte und infolgedessen die anharmonische Resonanzkurve ihren charakteristischen Verlauf nach der Saite der tieferen Schwingungen hin nahm. Durch geeignete Wahl von Abstand und Ausschlag konnte man es erreichen, daß die beiden Wirkungen sich aufheben und die Resonanzkurve einer Saitenschwingung in Luft merklich normal verlief.

Material	Durchmesser in mm	Länge d. Saite	Anzahl d. Bäume	N	P in Dyn/qcm	Dekre- ment
Stahl	0,81	33,4	1	219	$1,7 \cdot 10^9$	0,002
	0,81	58,9	2	252	$1,7 \cdot 10^9$	0,0007
	0,81	58,9	4	505	$1,7 \cdot 10^9$	0,0005
	0,81	58,9	5	635	$1,7 \cdot 10^9$	0,0008
	0,81	58,9	7	904	$1,7 \cdot 10^9$	0,0009
	0,81	33,4	1	356	$4,4 \cdot 10^9$	0,001
	0,81	58,9	1	230	$5,5 \cdot 10^9$	0,001
	0,81	58,9	2	462	$5,5 \cdot 10^9$	0,0007
	0,81	58,9	3	694	$5,5 \cdot 10^9$	0,0004
	0,81	58,9	4	928	$5,5 \cdot 10^9$	0,0004
	0,30	58,9	2	474	$6,1 \cdot 10^9$	0,002
	0,30	58,9	4	950	$6,1 \cdot 10^9$	0,0009
	0,30	58,9	5	1190	$6,1 \cdot 10^9$	0,0007
	0,30	30,0	1	442	$5,5 \cdot 10^9$	0,002
	0,30	30,0	2	884	$5,5 \cdot 10^9$	0,001
Dural.	0,50	58,9	2	441	$2,0 \cdot 10^9$	0,002
	0,50	58,9	3	615	$2,0 \cdot 10^9$	0,004
	0,50	58,9	4	824	$2,0 \cdot 10^9$	0,001
	0,50	40,0	1	327	$2,0 \cdot 10^9$	0,0024
	0,50	40,0	2	556	$2,0 \cdot 10^9$	0,0016
	0,50	40,0	1	327	$1,2 \cdot 10^9$	0,002
	0,50	40,0	2	618	$1,2 \cdot 10^9$	0,001

Aus den vorstehenden Werten geht hervor, daß im allgemeinen das Dekrement für höhere Töne kleiner ist als für tiefe. Die Dekremente für die Duraluminiumsaite ($\rho = 2,8$) sind größer als die für Stahlsaiten ($\rho = 7,8$).

C. Saitenschwingungen in Wasser.

Die starke Dämpfung der Saitenschwingung in Wasser und anderen Flüssigkeiten hat zur Folge, daß die bei den Schwingungen in Luft so stark hervortretenden Schwierigkeiten hier sehr viel geringer sind, so daß sie zum Teil ganz verschwanden.

Die Wirkung der anharmonischen Form der Schwingung tritt vor allem ganz zurück, und auch bei dicken Saiten, wo die Dämpfung doch verhältnismäßig gering ist, war davon nichts mehr zu spüren. Wohl aber ließen sich noch die beiden Schwingungsformen besonders bei dickeren Saiten feststellen. Nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen beeinflussten sich bei ihrer losen Kopplung die beiden Schwingungen. In allen Fällen gelang es, die Tonhöhe und das Dekrement mit Sicher-

heit zu bestimmen. Ehe jedoch die Resultate angegeben werden, soll noch an einigen Beispielen das Auftreten der beiden Schwingungen und die Regulierung der gegenseitigen Einwirkung dargelegt werden.

Erregte ich eine dicke Stahlsaite zu stark, dann erhielt ich eine Resonanzkurve mit zwei Maximis. Dieser Effekt war, wie Fig. 15 zeigt, insofern vom Ausschlage abhängig, als er

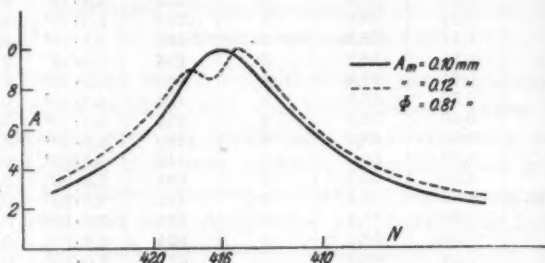


Fig. 15. Einfluß der Amplitude auf den Verlauf der Resonanzkurve.

sich von einem bestimmten Werte der Resonanzamplitude an einstellte. Wie der Verlauf zustande kommt, zeigt der folgende Versuch:

Eine Stahlsaite von 0,81 mm Durchmesser hatte ihre beiden Resonanzfrequenzen in Luft bei 458 und 452 Schw./Sek. und war auf der langen Schiene ausgespannt. Zuerst

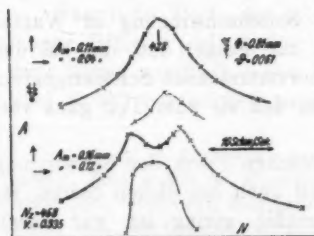


Fig. 16.

starke Erregungen gezeichneten Kurven in Fig. 16. Daraus ist ersichtlich, daß sich die Doppelschwingung der Saite um so stärker bemerkbar macht, je größer der Ausschlag der

wurde die schwachgedämpfte Schwingung erregt und die Amplitude der Schwingung einmal senkrecht zur Erregungsrichtung und dann in dieser beobachtet, wozu der Doppelt-Träger im letzteren Falle hochgestellt und die Saite in geeigneter Weise beleuchtet werden mußte. Das Ergebnis zeigen die für zwei verschiedenen

Saite wird. Charakteristisch ist das plötzliche Anspringen der Schwingung in der zweiten Schwingungsrichtung bei größeren Amplituden.

Dann erregte ich die Saitenschwingung in der Stegebene und damit die in Luft stärker gedämpfte und tiefere Schwingung. Für große Amplituden erhielt ich die Kurven in Fig. 17. Auch hier haben wir wieder das Auftreten und plötzliche Anspringen der Schwingung senkrecht zur wirkenden Kraft des Magneten. Der verschiedene Verlauf der Resonanzkurve bei fallender und steigender Frequenz an der Stelle des kleinen

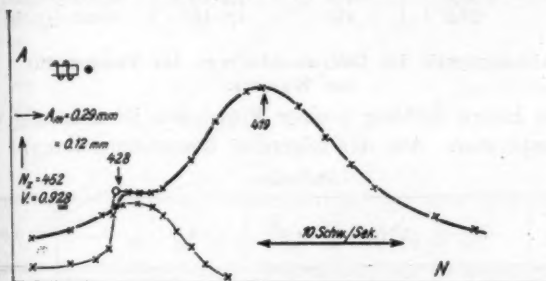


Fig. 17.

Maximums in Fig. 17 ließ sich fast immer in solchen Fällen beobachten und ist auf das Konto des Ziehens der Schwingungen zu setzen.

Bei einem regelmäßigen Verlauf der Resonanzkurve habe ich keinerlei Abhängigkeit der Werte für das Dekrement für verschiedene Resonanzamplituden feststellen können.

D. Ergebnisse für das Dekrement bei Saitenschwingungen in Flüssigkeiten.

Das Dekrement in Abhängigkeit von der Länge, Spannung und Schwingungszahl der Saite.

Bei meinen Untersuchungen der Dekremente in Flüssigkeiten habe ich gefunden, daß für das Dekrement allein die Schwingungszahl der Saite maßgebend ist; denn eine Veränderungen von Länge und Spannung derart, daß die Schwingungszahl der Saite erhalten blieb, ergab immer dasselbe Dekrement. Eine starke Veränderung in obigem Sinne war ja auch nur

bei dünnen Stahlsaiten möglich. Für die Unabhängigkeit des Dekrements von der Länge und Spannung mögen folgende Werte als Beleg dienen:

Stahlsaiten.

Durchmesser mm	l_{cm}	N	$P_{Dyna}gem$	Dekrement
0,30	40,0	502	$13 \cdot 10^9$	$0,143 \pm 0,003$
	20,0	513	$3,3 \cdot 10^9$	$0,148 \pm 0,003$
0,51	25,0	512	$5,1 \cdot 10^9$	$0,083 \pm 0,001$
	12,5	519	$1,3 \cdot 10^9$	$0,081 \pm 0,001$
0,81	32,0	478	$7,2 \cdot 10^9$	$0,053 \pm 0,001$
	25,2	476	$4,5 \cdot 10^9$	$0,055 \pm 0,001$

Abhängigkeit des Dekrements von der Temperatur
des Wassers.

Die innere Reibung η einer Flüssigkeit ist abhängig von der Temperatur. Aus der folgenden Zusammenstellung:

Stahlsaiten.

Durchmesser mm	N	$t^{\circ}H_2O$	$\eta \cdot 10^5$	$\delta \eta$	δ	$\delta \delta$
0,51	900	21,5	969}	24 %	0,064}	11 %
		11,0	1274}		0,072}	
0,81	665	30,2	802}	26 %	0,041}	15 %
		17,0	1082}		0,048}	
0,81	681	17,0	1082}	16 %	0,050}	8 %
		10,0	1307}		0,046}	

geht hervor, daß sich das Dekrement einer Saitenschwingung in Wasser für verschiedene Temperaturen etwa halb so stark ändert wie die innere Reibung. Daß das Dekrement tatsächlich proportional der Wurzel aus der inneren Reibung seine Werte annimmt, zeigen auch noch die späteren Meßergebnisse (vgl. S. 653).

Für die folgenden Zusammenstellungen der Ergebnisse werden die Dekremente für $18^{\circ}C$ und als unabhängige Variable wird immer die Schwingungszahl in *Luft* angegeben.

Abhängigkeit des Dekrements von der Schwingungszahl
und vom Radius der Saite.

In Fig. 18 habe ich die Ergebnisse für drei Stahlsaiten von verschiedenem Radius zusammengestellt. Als Ordinate ist der reziproke Wert des Dekrements und als Abszisse die

Wurzel aus der Schwingungszahl aufgetragen, wobei jedoch die Schwingungszahl an der betreffenden Stelle angegeben ist. Der Neigungswinkel jeder sich durch diese Darstellung ergebenden Geraden ist als Mittelwert aus den sämtlichen Winkeln für jeden einzelnen Punkt genommen. Aus der Fig. 18 geht

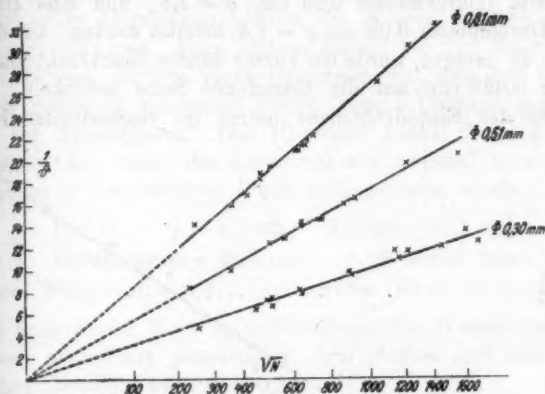


Fig. 18. Die Abhängigkeit des Dekrements von der Schwingungszahl und vom Radius der Saite.

hervor, daß zwischen Dekrement und Schwingungszahl die Beziehung

$$\frac{1}{\delta} = c \cdot \sqrt{N} \quad \text{oder} \quad \delta = C \cdot \frac{1}{\sqrt{N}}$$

besteht. Wir halten somit als wichtiges Resultat, daß das Dekrement sich umgekehrt proportional mit der Wurzel aus der Schwingungszahl ändert. Für jede Gerade hat C einen bestimmten Wert. Aus der Darstellung erhalten wir diesen für die einzelnen Saiten zu

Durchmesser in cm	C	$C \cdot R = C^x$
0,081	$C = 1,20$	0,049
0,051	$C = 1,86$	0,048
0,030	$C = 3,16$	0,049

Multiplizieren wir die Werte von C mit dem zugehörigen Radius, so erhalten wir für alle drei Saiten denselben Wert C^x , d. h. das Dekrement ändert sich umgekehrt proportional mit dem Radius der Saite.

Abhängigkeit des Dekrements vom spezifischen Gewicht der Saite.

Um die Abhängigkeit des Dekrements vom spezifischen Gewicht der Saite zu ermitteln, sollten außer Stahlsaiten eine Silbersaite (Durchmesser 0,049 cm, $\rho = 10,4$), eine Duraluminiumsaite (Durchmesser 0,05 cm, $\rho = 2,8$), und eine Darmseite (Durchmesser 0,06 cm, $\rho = 1,4$) benutzt werden. Um diese Saiten zu erregen, wurde ein kurzer dünner Eisendraht (Durchmesser 0,023 cm) um die betreffende Saite gewickelt. Das Gewicht des Eisendrächens betrug im ungünstigsten Falle

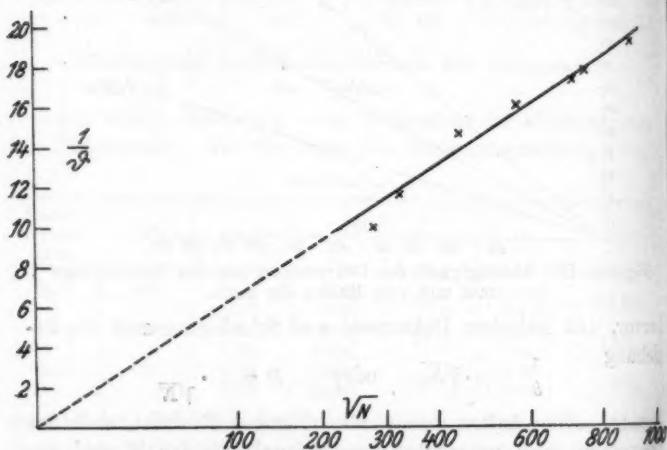


Fig. 19. Dekremente der Schwingungen einer Silbersaite von 0,05 cm Durchmesser.

$\frac{1}{10}$ des Gewichtes der Saite. Bei der Silbersaite war die Einwirkung sehr gering. Dagegen verursachte sie bei der Duraluminiumsaite (großer Unterschied der spezifischen Gewichte, großes Übergewicht auf ein kleines Gebiet konzentriert) ziemlich große Abweichungen von den erwarteten Werten. Da wir durch besondere Umstände (S. 656) den Einfluß des Eisendrächens in Rechnung setzen können, geben wir hier erst nur die Ergebnisse der Dekremente bei Silbersaiten. In Fig. 19 sind die Werte eingezeichnet. Es zeigt sich, daß das Dekrement sich ebenfalls umgekehrt proportional mit dem spezifischen Gewicht

der Saite ändert; denn die Konstante C_{Ag} ist gleich 1,56 und die Konstanten $(C^{\circ} \cdot \rho)_{Fe} = 0,38$ und $(C^{\circ} \cdot \rho)_{Ag} = 0,39$ zeigen die nötige Übereinstimmung.

Bei den Versuchen, das Dekrement von Darmsaitenschwingungen zu ermitteln, stieß ich auf unerwartete Schwierigkeiten. Die Darmsaiten quellen im Wasser auf und werden dadurch schwerer. Zum andern ändern sie ihre Spannungen so stark, daß der Ton einer Darmsaite, die nach dem Versuch unter Spannung getrocknet wurde, über 2 Oktaven tiefer war als der Ausgangston. Der Übersicht halber führe ich eine Messung an, wobei die Resonanzkurve zweimal kurz hintereinander in der üblichen Weise aufgenommen wurde:

Dichte $\rho = 1,4$ cm, Länge = 16,1 cm,

Durchmesser = 0,06 cm, $N = 665$ Schw./Sek.

Erster Wert $\vartheta = 0,41$, zweiter Wert $\vartheta = 0,32$.

Der theoretische Wert unter Benutzung des Wertes von Stahlsaiten, umgekehrt proportional dem Radius und dem spezifischen Gewicht, wäre $\vartheta = 0,35$.

Abhängigkeit des Dekrements vom spezifischen Gewicht und der inneren Reibung der Flüssigkeit.

Endlich konnte ich feststellen, daß das Dekrement, sich einmal wie schon erwähnt, proportional der Wurzel aus der inneren Reibung, zum andern aber ebenfalls auch proportional der Wurzel aus dem spezifischen Gewicht der Flüssigkeit ändert. Um nur kleine Flüssigkeitsmengen zu brauchen, stellte ich mir noch ein drittes Gefäß her (9 : 2,5 : 2). Das Gefäß bestand aus Zinkblech. Auf der Vorder- und Hinterseite war eine Glasscheibe mit Hilfe von Pizein eingekittet. Zwei kurze Messingröhrchen, die an den Seitenflächen eingelötet waren, ermöglichten unter Benutzung von einem Stück Gummischlauch eine direkte Verbindung mit der Bohrfuttereinspannung. Die Saite ging somit mitten durch das Gefäß hindurch, wurde von der Hinterseite beleuchtet und von vorn beobachtet. Das Gefäß faßte rund 25 ccm und wurde zuerst mit Wasser geeicht und dann mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt. Bei der ersten Angabe ist der Wert für die innere Reibung den Tabellen von Landolt-Börnstein entnommen, während für die näch-

sten Werte die innere Reibung nach der Methode von Hosking¹⁾ bestimmt wurde.

Flüssigkeit	spez. G. <i>s</i>	inn. R. <i>η</i>	<i>ϑ</i> _{beob.}	<i>ϑ</i> _{ber.} = $\vartheta_{H_2O} \sqrt{s \cdot \eta}$
Wasser	1	1	0,067	
K ₂ CO ₃ -Lös. . . .	1,26	$1,9 \cdot \eta_{H_2O}$	0,105	0,103
Wasser	1	1	0,077	
K ₂ CO ₃ -Lös. . . .	1,32	$2,2 \cdot \eta_{H_2O}$	0,130	0,131
Glyzerinl. . . .	1,03	$2,1 \cdot \eta_{H_2O}$	0,110	0,116
„	1,06	$1,5 \cdot \eta_{H_2O}$	0,099	0,097

Fassen wir die sämtlichen Ergebnisse für die Abhängigkeit des Dekrements zusammen, so stellt sich diese Abhängigkeit von den einzelnen Variablen durch die Formel

$$\vartheta = \frac{C}{R \cdot \varrho} \cdot \sqrt{\frac{\eta \cdot s}{N}}$$

dar. Der Faktor *C* ergibt sich aus den Messungen mit Stahlsaiten zu 3,6.

Wenn wir uns erdreisten, diese Formel auch auf Luft als umgebendes Stadium auszudehnen und nach der Formel die Werte für das Dekrement bei Saitenschwingungen in Luft zu berechnen, so erhalten wir Werte, die mit den gefundenen der Größenordnung nach übereinstimmen.

Ganz die gleiche Abhängigkeit des Dekrementes von den einzelnen Variablen hat Klemencic²⁾ in seiner Arbeit „Über die Dämpfung der Schwingungen fester Körper in Flüssigkeiten“ auf theoretischem Wege gefunden. Für einen Zylinder, der um seine Achse schwingt, ist das Dekrement nach der genannten Arbeit

$$\vartheta = \frac{1}{R \cdot \varrho} \cdot \sqrt{\frac{2\pi \cdot \eta \cdot s}{N}} + \frac{3\eta}{R^2 \cdot \varrho \cdot N} - \frac{2\eta \cdot s}{R^2 \cdot \varrho^2 \cdot N},$$

und für einen Zylinder, der um eine zu seiner Achse senkrechte Richtung schwingt,

$$\vartheta = \frac{1}{R \cdot \varrho} \sqrt{\frac{2\pi \cdot \eta \cdot s}{N}} + \frac{\eta}{R^2 \cdot \varrho \cdot N} - \frac{6\eta \cdot s}{R^2 \cdot \varrho^2 \cdot N}.$$

N ist auch hier die Schwingungszahl in Luft, und das erste

1) R. Hosking, Phil. Mag. VI. 17. S. 504. 1909.

2) I. Klemencic, Wien. Ber. 84. S. 146. 1881.

Material	Durchmesser in cm	Flüssigkeit	s	$V_{\text{beob.}}$	$V_{\text{ber.}}$
Stahl	0,051	K ₂ CO ₃ -Lös.	1,32	0,913	0,915
		Glyzerinl.	1,08	0,928	0,930
		"	1,06	0,931	0,932
		K ₂ CO ₃ -Lös.	1,26	0,914	0,919
		"	1,22	0,922	0,921
		"	1,13	0,927	0,927

Auch für Silberdraht stimmen die Werte gut, nur ist hier zu berücksichtigen, daß um den Silberdraht ein kleines Eisendrähchen gewickelt war. Der theoretische Wert ist 0,952. Für die in Fig. 19 angegebenen Werte ergab sich dieses Verhältnis bei

$N = 327$	Schw./Sek. zu $V = 0,95$
279	0,94
452	0,94
570	0,94
725	0,95
754	0,95
894	0,95

Die Dekremente der Schwingungen der Duraluminiumsaiten zeigten große Abweichungen von den erwarteten Werten. Auch stimmte das Verhältnis der Schwingungszahlen in Wasser und Luft viel schlechter, als das nach den bisherigen Resultaten eigentlich der Fall sein dürfte. Es zeigte sich, daß die Abweichungen auf Konto des dünnen Eisendrähchens zu setzen waren, das ich um die Saite herumgewickelt hatte und das hier infolge des niedrigen spez. Gewichtes der Duraluminiumsaite eine große Wirkung hatte; denn berechnete ich das wirkende spezifische Gewicht nach dem Vorgang von Kalähne¹⁾ aus der Tonvertiefung und benutzte dieses zur Berechnung des Dekrementes, dann erhielt ich Werte, die mit den anderen Messungen vollkommen im Einklang standen.

Zusammenfassung.

1. Es wird eine Methode beschrieben, mit Hilfe der Aufnahme von Resonanzkurven die Tonhöhe und das Dekrement von Saitenschwingungen in Luft und Flüssigkeiten zu bestimmen.

1) A. Kalähne gibt (Ber. d. D. Phys. Ges. S. 83. 1914) das umgekehrte Verfahren an, aus der Tonvertiefung das spezifische Gewicht des umgebenden Mediums zu bestimmen.

2. In Luft stellten sich der Bestimmung des Dekrementes unerwartete Schwierigkeiten entgegen, weil die Saitenschwingungen hier anharmonischen Charakter tragen und die Saite mit zwei nahe beieinander liegenden, lose gekoppelten Schwingungen schwingt. Infolgedessen ließen sich die Dekremente nur der Größenordnung nach angeben.

3. Für das Dekrement von Saitenschwingungen in Flüssigkeiten wird die Abhängigkeit von der Schwingungszahl, vom Radius und spezifischen Gewichte der Saite, vom spezifischen Gewichte und der inneren Reibung der Flüssigkeit ermittelt.

4. Die Größe der Tonvertiefung durch das umgebende Medium wird experimentell festgestellt und ergibt Werte, die mit der theoretischen Formel von Kalähne gut übereinstimmen.

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut ausgeführt und bei der Preisverteilung am 20. Juni 1925 mit einem Preis ausgezeichnet. Es sei mir gestattet, Hrn. Geh. Hofrat Prof. Dr. M. Wien für seine Anregungen und seine stetig fördernde Anteilnahme meinen herzlichsten Dank auszusprechen. Ferner bin ich der Firma Schott und Gen. für die freundliche Überlassung von einigen Preßglaskondensatoren zu Danke verpflichtet.

Jena, Physikal. Inst. d. Universität, 1. August 1925.

(Eingegangen 4. August 1925.)

4. Die Strahlungsemission im Vakuum; von Hermann Auer.

Absolute Strahlungsmessung ist die quantitative Energiebestimmung einer in absoluten Größen bekannten Energieform, die sich — beim Vorgange gegenseitiger Energieüberführung — einer in ihren Bestimmungsstücken (Temperatur, spezifische räumliche Strahlungsdichte, geometrische Größen) definierten Strahlungsenergie äquivalent erweist. Dementsprechend eröffnen sich der experimentellen Bestimmung schon hier zwei prinzipiell verschiedene Wege, je nachdem in diesen Energietransformationen die Strahlungsenergie primär oder sekundär aufgefaßt wird, also der Vorgang der Strahlungsabsorption oder -emission betrachtet wird. Diese Gliederung enthält die charakteristischen Unterscheidungsmerkmale der praktisch durchgeführten Methoden:

1. Die *Absorptionsmethoden* erstreben die Erwärmung eines Körpers durch Absorption einer definierten Strahlungsenergie und suchen eine absolut bekannte Energie zu bestimmen, die im absorbierenden Medium quantitativ gleiche, sekundäre Erscheinungen bewirkt, wie z. B.

Widerstandsänderung (absolutes Bolometer; Kurlbaum¹⁾ Valentiner²⁾,

sekundäre Wärme- und Strahlungsabgabe (absolute Thermosäule: Gerlach³⁾, Coblentz⁴⁾, Kussmann⁵⁾, Thermokräfte (Féry⁶⁾),

1) F. Kurlbaum, Wied. Ann. 65. S. 746. 1898.

2) S. Valentiner, Ann. d. Phys. 39. S. 489. 1912. Ann. d. Phys. 50. S. 259. 1916.

3) W. Gerlach, Ann. d. Phys. 38. S. 1. 1912.

4) W. W. Coblentz, Phys. Ztschr. 15. S. 762. 1914.

5) A. Kussmann, Ztschr. f. Phys. 25. S. 58. 1924.

6) Ch. Féry, Bull. Soc. Franc. Phys. 4. 1909. Ann. chim. et phys. 17. S. 267. 1909.

Volumenausdehnung (Puccianti¹⁾, Keene²⁾, Féry-Drecq³⁾, Bauer-Moulin⁴⁾.

2. Die Emissionsmethoden suchen diejenige Energie absolut zu bestimmen, die bei der definierten Strahlung eines Körpers auf dem Wege über die zugeführte Körperwärme in Strahlung übergeht. Sie unterscheiden sich gegenseitig in der Temperaturmessung und der Art, wie der Einfluß der Wärmeverluste durch die umgebende Luft eliminiert wird. Praktische Durchführung haben die Methoden durch Shakespear⁵⁾, Westphal⁶⁾, Wachsmuth-Vierheller⁷⁾ und Hoffmann⁸⁾ gefunden.

Die exakte Bestimmung der absoluten Strahlungskonstanten σ bietet nun aber der experimentellen Durchführung erhebliche Schwierigkeiten. Dies äußert sich wohl am deutlichsten in den zum Teil großen Abweichungen, die die Ergebnisse verschiedener Methoden und Beobachter gegenseitig aufweisen. Erst die neueren deutschen σ -Bestimmungen nähern sich einem engeren Intervall, wobei sie sich allerdings auf im wesentlichen gleichbleibende Methoden beschränken.

Außer den Schwierigkeiten, die die absoluten Bestimmungsgrößen: Temperatur und geometrische Abmessungen bewirken, sind wohl hauptsächlich zwei Gründe für die Differenzen in den gefundenen σ -Werten verantwortlich zu machen:

1. Die Notwendigkeit, die Strahlungseigenschaften strahlender oder absorbierender Flächen durch Schwärzungsmittel zu verbessern.

2. Die Unsicherheit in der Definition der Temperatur der strahlenden Flächen.

Für die Absorptionsmethoden bietet nun freilich die Einführung der Hohlraumstrahlung die Möglichkeit, in der Strah-

1) L. Puccianti, N. Cim. 4. S. 31. 1912. 4. S. 322. 1912.

2) H. B. Keene, Proc. Roy. Soc. 88. S. 49. 1913.

3) Ch. Féry u. M. Drecq, Journ. de Phys. 1. S. 551. 1911. 3. S. 380. 1913. Soc. Franc. de Phys. 41. S. 4. 1913.

4) E. Bauer u. M. Moulin, Soc. Franc. de Phys. 2. S. 301. 1909.

5) G. A. Shakespear, Proc. Roy. Soc. 86. S. 180. 1911.

6) W. H. Westphal, Verh. d. D. Phys. Ges. 14. S. 986. 1912. 15. S. 897. 1913.

7) R. Wachsmuth, Verh. d. D. Phys. Ges. 2. S. 36. 1921.

8) K. Hoffmann, Ztschr. f. Phys. 14. S. 301. 1923.

lungserzeugung von dem spezifischen Strahlungsvermögen des Materials bzw. der Oberflächen freizukommen. Der analog gebaute absolute Hohlraumempfänger hat jedoch bisher noch keine befriedigende Lösung gefunden, so daß man hier an die Verwendung von Schwärzungsmitteln gebunden ist.

Die *Emissionsmethoden* sind überhaupt ausschließlich auf Schwärzungsmittel angewiesen. Zudem machen sie zur Verminderung der Luftableitungsverluste Messungen im Vakuum nötig. Obwohl Gerlach¹⁾ die Möglichkeit erheblicher Änderungen des Absorptionsvermögens von Schwärzungsmitteln (Ruß) im Vakuum festgestellt hatte, fehlen bisher Versuche, die die Unabhängigkeit des Emissionsvermögens vom Gasdruck bewiesen und so die naheliegende Übertragung der Gerlach'schen Resultate auf das Emissionsvermögen gehindert hätten.

Die vorliegende Arbeit ist so zunächst aus dem Bedürfnis heraus entstanden, die Strahlungseigenschaften geschwärzter Flächen im Vakuum, d. h. also etwaige Veränderungen gegen die Verhältnisse in Luft, auf Grund experimenteller Untersuchungen zu kennen. Im Verlaufe der Arbeit hat sich dann freilich der Schwerpunkt verlagert und das Hauptinteresse sich einem neuen, vom Schwärzungsmittel unabhängigen Strahlungseffekt im Vakuum zugewandt.

Die oben angedeutete Schwierigkeit der Temperaturmessung geschwärzter Flächen ist teilweise, vor allem bei Rußschwärzung, prinzipieller Natur. Wenn nämlich die Forderung eines hohen Emissionsvermögens für bestimmte Wellenlängen bei einem Schwärzungsmittel (z. B. Ruß) erfüllt ist, so werden infolge des aus dem Kirchhoffschen Gesetz folgenden hohen Absorptionsvermögens für die gleichen Wellenlängen wesentlich die äußeren Schichten zur Strahlung beitragen. Experimentell ist bisher mit Sicherheit nur die Temperatur der metallischen Auflagefläche, also der innersten Schicht zugänglich. Bei der schlechten Wärmeleitfähigkeit des Rußes sind mit Sicherheit Temperaturdifferenzen innerhalb der Rußschicht zu erwarten, die in ihrer Größe vom Wärmefluß oder dem Gasgehalt der Rußschicht abhängen können. Wenn man diese Temperaturdifferenzen einfach in das Emissionsvermögen über-

1) W. Gerlach, Ann. d. Phys. 50. S. 245. 1916.

nimmt, können sie sich unter Umständen in einer erheblichen Erniedrigung des Strahlungsvermögens geltend machen, besonders aber prägen sich alle Veränderungen des Temperaturgradienten dem Emissionsvermögen auf. Die ungeprüfte Gleichsetzung der Strahlungsverhältnisse in Luft und im Vakuum erscheint hieraus jedenfalls bedenklich.

Die Bestimmung des Emissionsvermögens in Abhängigkeit vom Druck beruht prinzipiell auf dem Vergleich der emittierten Strahlung mit einer vollkommen schwarzen, druckunabhängigen Strahlung gleicher Temperatur, wie dies theoretisch die Hohlraumstrahlung gewährleistet.

Wenn als Maß der Strahlung nach Durchlaufen eines nahe diathermanen Strahlengangs die Erwärmung eines absorbierenden Mediums angenommen wird, bieten sich der experimentellen Lösung zunächst zwei Wege:

I. Der graue¹⁾ Strahler und ein vollkommen schwarzer (Hohlraum-) Strahler befinden sich gleichzeitig in derselben Vakuumapparatur und bestrahlen wechselweise ein Strahlungsmeßinstrument, beispielsweise eine Thermosäule. Wenn der räumliche Winkel zwischen der absorbierenden Fläche des Instruments und den Strahlungsflächen in beiden Fällen gleich groß ist und wenn ferner die Temperaturgleichheit der beiden Strahlungen sichergestellt ist, ergibt sich das Emissionsvermögen aus dem Verhältnis der beiden Strahlungsausschläge.

II. Der dauernde Vergleich mit dem „Schwarzen Körper“ läßt sich umgehen, wenn der „graue“ Strahler von konstanter Temperatur gegen ein Meßinstrument strahlt, das entweder absolute Strahlungswerte liefert oder dessen Empfindlichkeitsänderung (im Vakuum) durch Vergleich mit einer beliebigen, druckunabhängigen Hilfsstrahlung meßbar ist.

Diese Methode liefert natürlich nur den relativen Verlauf des Emissionsvermögens bei verschiedenen Drucken; um absolute Werte zu erhalten, wäre lediglich an einem Punkte an die schwarze Strahlung anzuschließen.

1) Im folgenden möge stets unter „grauer“ Strahlung einfach die zu untersuchende Strahlung einer bemohrten, bernähten oder auch metallischen Fläche verstanden sein, auch wenn hierbei in Einzelfällen, z. B. bei blanken Metallflächen die Bedingung des „vollkommen grauen“ Emissionsvermögens nicht restlos erfüllt ist.

In der vorliegenden Arbeit wurden beide Wege experimentell beschritten und die Übereinstimmung der Resultate als gegenseitige Bestätigung der Ergebnisse gefunden.

I. Apparatur.

Das prinzipielle Schema der Versuchsanordnung gibt Fig. 1.

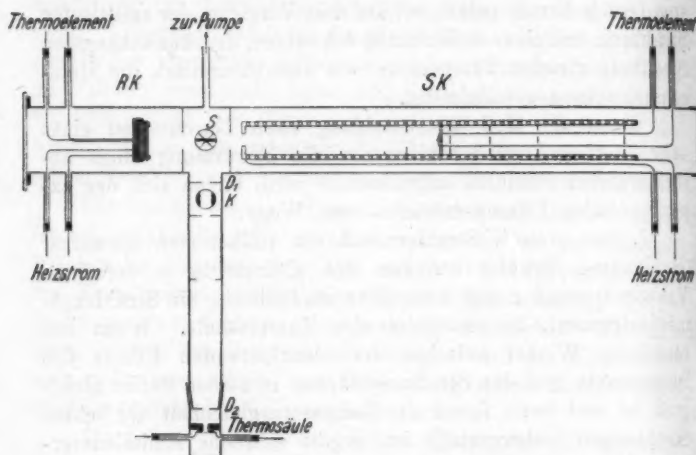


Fig. 1.

Die beiden Strahler (Schwarzer Körper SK , grauer Strahler RK), deren Strahlung verglichen werden soll, stehen, einander zugekehrt, in dem horizontalen Metallvakuumrohr. Zwischen ihren Strahlungsflächen befindet sich ein im Schlift drehbarer Metallspiegel S , der wahlweise eine der beiden Strahlungen durch das senkrecht angesetzte Diaphragmenrohr D_1D_2 auf die Thermosäule strahlen läßt. Da der Strahlengang erst durch das gemeinsame Hauptdiaphragma D_1 begrenzt wird, ist die Bedingung des gleichen räumlichen Winkels in beiden Fällen erfüllt, wenn nur das Diaphragma D_1 durch das Bild der Strahlungsflächen im Spiegel (— von der Thermosäule aus gesehen —) ausgefüllt wird.

Als vollkommen schwarze Strahlungsquelle stand ein „Schwarzer Körper“ (Hohlraumstrahler) zur Verfügung, wie er

von Heraeus nach dem Vorbilde der Lummer-Kurlbaumschen¹⁾ Strahler hergestellt wird. Sehr langgestreckte Form, gleichmäßige Anordnung der Heizwicklung und eingebaute Blenden im Innern geben der austretenden Strahlung große Annäherung an die vollkommen schwarze Strahlung.

Die Temperaturmessung der Strahlung erfolgt mittels eines Thermoelements aus 0,1 mm Silber-Konstantandrähtchen. Die Lötstelle befindet sich im innersten Hohlraum vor der eigentlich strahlenden Scheidewand und steht so im thermischen Gleichgewicht mit den strahlenden Wänden. Die Zuleitungsdrähte sind durch gestützte Porzellanröhrchen isoliert.

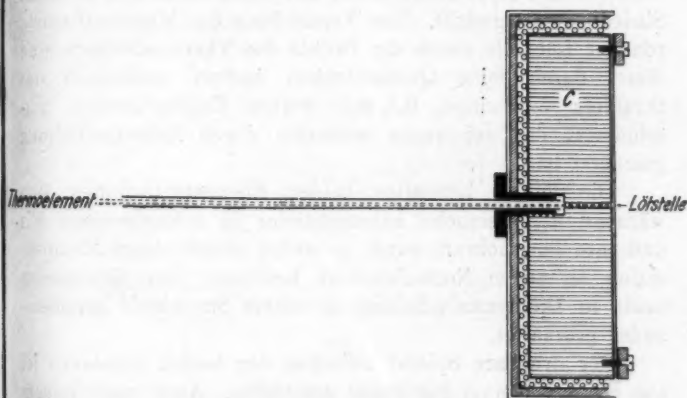


Fig. 2.

Die zu untersuchende „graue“ Strahlung muß in erster Linie in ihrer Temperaturgleichheit mit der Strahlung des „Schwarzen Körpers“ genau bestimmt sein. Als Temperatur ist dabei, wie in der Einleitung angegeben, die des strahlenden Metalls bzw. der Auflagefläche des Schwärzungsmittels an einem der strahlenden Außenfläche möglichst nahegelegenen Punkte (optimal also der Grenzfläche zwischen Metall und Schwärzungsmittel) anzunehmen.

Der in Fig. 1 mit *RK* bezeichnete „graue“ Strahler ist in Fig. 2 gesondert wiedergegeben. Er besteht aus einem

1) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Ann. d. Phys. 5. S. 929. 1901.

flachen Kupferzylinder *C*, auf dessen einer Stirnfläche die etwa 0,3 mm starken Strahlungsbleche aus Platin, Silber, Kupfer oder Nickel aufgelötet oder mittels eines an den Rändern aufgeschraubten Ringes aufgepreßt sind. Von der Rückfläche und der Mantelfläche aus erfolgt die Heizung durch gleichmäßig angelegte Drahtwindungen.

Zur Temperaturmessung hat der Kupferzylinder eine axiale Bohrung von 0,7 mm Durchmesser, so daß ein Thermoelement unmittelbar bis an das Strahlungsblech vorgeschoben werden kann. Das hierzu verwendete Thermoelement ist aus dem gleichen Material gefertigt wie das im „Schwarzen Körper“ benutzte und seine Thermokraft mit jenem zusammen in einem Siedeapparat¹⁾ geeicht. Zur Vermeidung der Wärmeableitung von der Lötstelle durch die Drähte des Thermoelements sind diese, durch feine Quarzröhrchen isoliert, außerhalb des Strahlers von einem 0,8 mm weiten Kupferröhrchen umschlossen, das seinerseits wiederum durch Asbestumhüllung geschützt ist.

Die kalten Lötstellen beider Elemente befinden sich während der Versuche nebeneinander in schmelzendem Eis und ihre Thermokraft wurde entweder einzeln durch Kompensation an einem Normalelement bestimmt oder sie wurden beide in Differentialschaltung in einem Stromkreis gegeneinander geschaltet.

Der drehbare Spiegel zwischen den beiden Strahlern ist aus Kruppschem „V 2 a“-Stahl geschliffen. Auch nach langem Gebrauch konnte keinerlei Einwirkung der Quecksilberdämpfe der Pumpen auf sein Reflexionsvermögen beobachtet werden. Er ist auf der verlängerten Achse des Schliffes in einer Fassung montiert, die durch Stellschrauben genau justiert werden kann. Die Justierung des Strahlenganges $SK-S-D_1-D_2$ erfolgt dabei so, daß *SK* bis zur Rotglut erhitzt und dann, nach Abnahme der Thermosäule, die innerste, gleichmäßig rote Scheidewand des Schwarzen Körpers anvisiert wird. Der Strahler *RK* kann nicht so hoch erhitzt werden und wird daher einfach vor dem Aufkitten der Abschlußplatte durch ein

1) R. Rothe, *Ztschr. f. Instrkde.* 23. S. 364. 1903. W. Meißner, *Ann. d. Phys.* 39. S. 1230. 1912.

von links eingeschobenenes Glühlämpchen beleuchtet. Daß auch nach Abschluß der Apparatur der Spiegel S auf die exakt gleichen Drehwinkel eingestellt werden kann, wird durch eine einfache optische Visiereinrichtung außerhalb des Vakuums ermöglicht. Der Schliff mit dem Spiegel trägt nämlich in seiner axialen Verlängerung außerhalb des Vakuumrohres einen zweiten Spiegel in der Ebene des Stahlspiegels, und von einer am Diaphragmenrohr angebrachten Kimme visiert man über ein am äußeren Spiegel befindliches Korn zwei Marken an den beiden Enden des großen Hauptrohres an. Die richtige

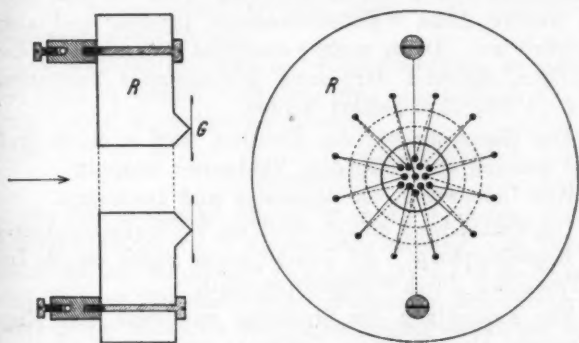


Fig. 3.

Lage der Marken wird bei der Justierung bei dem Drehwinkel des Schliffes eingestellt, bei dem durch D_2 die Strahlungsflächen sichtbar sind.

Besondere Sorgfalt mußte auf eine hohe Empfindlichkeit der Thermosäule verwandt werden. Da nämlich die Öffnung des „Schwarzen Körpers“ nur 11 mm Durchmesser hat und von seiner Strahlung nur die benutzt werden darf, die von der hintersten Zwischenwand kommt, ergibt sich bei den Dimensionen des Strahlengangs im Apparat eine maximale Diaphragmenöffnung D_1 von kaum 5 mm Durchmesser, wenn die Lötstellen der Thermosäule auf eine etwa ebenso große Fläche verteilt werden konnten. Es gelang, 13 zu kleinen Scheibchen ausgewalzte Elemente aus 0,05 mm-Eisen-Konstantandraht unterzubringen. Fig. 3 zeigt die sternförmige Anordnung der Ele-

mente. R ist ein Schieferring mit einem angedrehten Grat G , auf dessen Kante die Drähtchen mit wenig Pizein befestigt sind. Um dem Instrument eine gute Ruhelage zu geben, sind die „kalten“ Lötstellen den bestrahlten möglichst ähnlich ausgebildet und ebenfalls freischwebend angeordnet.

Die geringe zugestrahlte Energie — besonders bei niedrigen Strahlertemperaturen — machte die Verwendung eines Paschenschen Eisengalvanometers¹⁾ nötig; bei der erforderlichen hohen Astasierung war das Instrument jedoch auch auf die enormen elektromagnetischen Störungen in der Großstadt so empfindlich, daß eine Beobachtung trotz des Einbaues in eine weitere dicke Weicheisenarmatur tagsüber und abends unmöglich war. Daher mußten sämtliche Messungen mit dieser Apparatur, während der einzig störungsfreien Nachtstunden von 2—4 Uhr durchgeführt werden.

Das Hauptrohr mit den Strahlern wird in einem großen Gefäß dauernd von fließendem Kühlwasser umspült.

Alle Innenwände der Apparatur sind geschwärzt.

Die Evakuierung erfolgt durch ein Volmersches Aggregat mit Kapselvorpumpe, die Druckmessung durch ein McLeod, die Trocknung durch Phosphorpentoxyd.

Zur Abblendung der Strahlung war zwar eine Klappe vorgesehen, als günstigster Nullpunkt erwies sich jedoch einfach die Stellung des Spiegels senkrecht zum Strahlengang $D_1 D_2$. In dieser Lage ist das Diaphragma D_1 für die Thermosäule durch ihr Spiegelbild, also eine Fläche gleicher Temperatur, ausgefüllt, da die Eigenemission des Spiegels stets gering ist. (Kontrollversuche ergaben, daß auch bei längerer Bestrahlung der Spiegel keine merkbare Temperaturerhöhung aufweist.) Durch Drehung des Spiegels um etwa 45° (nach Maßgabe der Visiereinrichtung) treten an Stelle dieses Spiegelbildes wahlweise die beiden Strahlungsflächen von SK bzw. RK .

Wegen der großen Wärmekapazität der beiden Strahler ist es leicht, bei einiger Geduld und Übung in der Wahl der Anheizstromstärken praktisch völlige Temperaturgleichheit zu erzielen; andernfalls ist bei einer geringen Temperaturdifferenz

1) F. Paschen, Phys. Ztschr. 14. S. 521. 1913.

AT die Strahlung des kälteren Strahlers von der Temperatur T_1 mit dem Korrektionsfaktor $\left(1 + 4 \frac{\Delta T}{T_1}\right)$ zu multiplizieren.

Sonst sind keinerlei Korrekturen nötig. Die Thermosäulenerwärmung erreicht nach etwa 15–20 Sek. ihren Endwert. Die Messung erfolgt derart, daß abwechselungsweise der eine und der andere Strahler die Thermosäule bestrahlt (30 Sek. lang) und dazwischen je 30 Sek. lang abgeblendet wird. Geringe Abweichungen in der Nullage äußern sich so bei beiden Strahlern in gleicher Weise. Ausschlag und Rückkehr des Galvanometers werden zum Mittel vereinigt und etwa je 30–40 Bestrahlungen ergeben einen in den Ergebnissen angegebenen Kurvenpunkt.

Um die Einheitlichkeit der Ergebnisberichte an späterer Stelle nicht zu unterbrechen, soll sich hier sogleich die Mitteilung der II. Apparatur anschließen.

II. Apparatur.

Das Prinzip der Anordnung ist in der Einleitung (S. 661) angedeutet und in Fig. 4 schematisch festgelegt. Im Vakuum befindet sich nur die „graue“ Strahlungsquelle und die Thermosäule; die zur Empfindlichkeitsbestimmung des Strahlungsmessers nötige konstante Vergleichsstrahlung strahlt von außen ins Vakuum.

Die wesentlichste Änderung gegenüber der ersten Apparatur betrifft die „graue“ Strahlungsquelle: In einem großen, von Kühlwasser umgebenen Glasrohr wird ein dünnes Metallband AB durch Stromdurchgang geheizt und seine Temperatur aus dem elektrischen Widerstande bestimmt.

An den Endpunkten A und B entsteht natürlich ein großer Temperaturabfall, der von der Temperatur der Stützen A und B und damit vom Gasdruck stark abhängig ist. Eine direkte Temperaturberechnung aus dem Widerstand zwischen A und B wäre daher gänzlich fehlerhaft. Eine genaue Messung wird jedoch durch eine Widerstandsdifferenzenbestimmung ermöglicht: Das Platinband AB hat in C (Länge $AC > BC$) eine Abzweigung mit beliebiger Wärmeableitung. Wenn der Wärmeverlust des Bandes nach A gleich dem nach B ist, wenn die Wärmeableitung durch C nach beiden Seiten sym-

metrisch erfolgt und wenn ferner die Ableitungen durch B und C sich nicht übergreifen, so ist die Widerstandsdifferenz $\overline{AC} - \overline{BC}$ unabhängig von der Ableitung durch die Träger A , B und C und daher ein exaktes Maß für die Temperatur des mittleren Teiles zwischen A und C . Durch die druckabhängige Wärmeableitung durch die Stützen erniedrigen sich nämlich die beiden idealen, fehlerfreien Widerstände r_1 und r_2 rechts

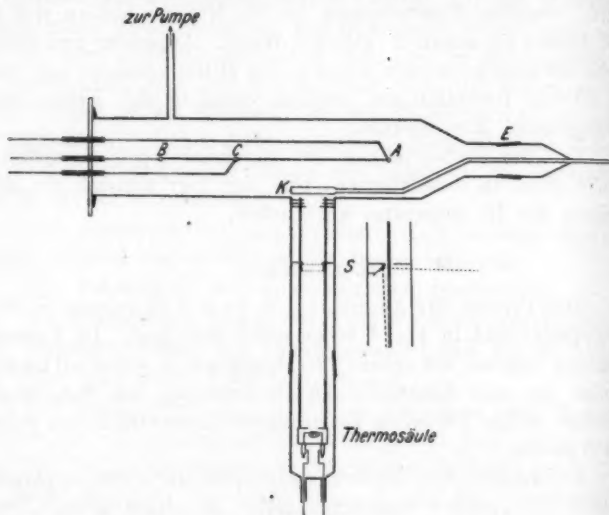


Fig. 4.

und links von C um den gleichen Wert f auf die tatsächlichen, der Messung zugänglichen Werte R_1 und R_2 . Bei der Differenzbildung:

$$R_1 - R_2 = (r_1 - f) - (r_2 - f) = r_1 - r_2$$

entfällt daher dieser Fehler.

Die Erfüllung der Bedingung, daß die Ableitungen nach B und C sich gegenseitig nicht beeinflussen, also der zwischen BC erreichte Höchstwert der Temperatur gleich dem maximalen Wert zwischen A und C ist, kann experimentell durch Veränderung des Längenverhältnisses $\overline{AC} : \overline{BC}$ kontrolliert werden. Die Symmetrie der Ableitungen wird durch möglichste Gleich-

heit der mechanischen Ausführung der Stützen angestrebt und kann ebenfalls durch Vertauschen kontrolliert werden.

Die Differenzbestimmung der Widerstände wird experimentell durch die in Fig. 5 angegebene Brückenschaltung er-

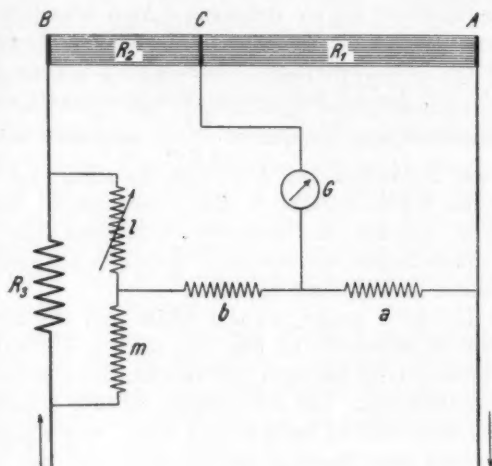


Fig. 5.

möglichst. Bei Stromlosigkeit des Galvanometers G lautet die Brückengleichung:

$$\frac{R_1}{a} = \frac{R_2 + \frac{l}{l+m} R_3}{b},$$

oder, wenn $a = b$:

$$R_1 - R_2 = \frac{l}{l+m} R_3.$$

R_3 ist aus dickem Draht mit geringem Temperaturkoeffizienten, so daß der Heizstrom keine merkliche Widerstandsänderung bewirkt; die Potentiometerwiderstände l und m (Hartmann und Braunsche Kurbelrheostate) haben hohen Widerstand.

Da die Kenntnis der absoluten Temperatur des Bandes nur angenähert erforderlich ist, genügt die quadratische Be-

ziehung mit Einsetzung der allgemeinen Platinkonstanten.¹⁾ Der Widerstand muß so nur für *eine* Temperatur bekannt sein und kann genügend genau für die Temperatur des Wasserbades aus der Kurve der Widerstandswerte in Abhängigkeit vom Heizstrom bei gehäuften kleinen Stromwerten durch Extrapolation auf die Belastung 0 Amp. ermittelt werden.

Wesentlich für die Versuche ist die absolute Temperaturkonstanz bei Druckänderungen. Dies wird praktisch dadurch ermöglicht, daß das der gewünschten Temperatur entsprechende, vorher berechenbare Verhältnis $\frac{l}{l+m}$ eingestellt wird und hierauf der Heizstrom bei beliebigen Drucken auf Stromlosigkeit des Galvanometers G einreguliert wird. Zwischen- und ständig Widerstandsbestimmungen des kalten Bandes einzuschalten, um etwaige Änderungen des spezifischen Widerstandes in Rechnung zu setzen.

Das 10—20 μ starke, 22 mm breite und 220 mm lange Platinband ist wagerecht an den drei starken Kupferdrähten, die die Stromleitung besorgen, in verschraubbar klemmenden Schlitten aufgehängt. Die drei Drähte, mittels Glasröhrchen und Pizein vakuumdicht isoliert, sind durch eine plangedrehte Abschlußplatte aus Messing durchgeführt, die auf die geschliffenen Ränder des großen Glasrohres in einer Führung aufgepreßt wird. (Die Zuleitungen zu A und C sind nur in der schematischen Fig. 4 zur Verdeutlichung nach oben und unten gezeichnet, in Wirklichkeit liegen sie seitwärts in der Ebene des Bandes, um Beeinflussungen zu vermeiden.)

Die strahlenden Flächen des Bandes sind nach oben und unten gerichtet. Zur eigentlichen Strahlungsmessung dient jedoch nur ein kleiner Ausschnitt in der Mitte zwischen A und C . An dieser Stelle ist nämlich senkrecht nach unten ein weites Diaphragmenrohr an das Hauptrohr angeblasen, durch das die Strahlung des Bandes zur Thermosäule gelangt. Der Strahlengang wird durch mehrfache Blenden aus dünnem Metallblech so weit eingegrenzt, daß Lagenveränderungen (Senkung) des Bandes durch Wärmeausdehnung ohne Einfluß auf die Ausfüllung des Diaphragmas sind.

1) Vgl. z. B. F. Henning, Die Grundlagen, Methoden und Ergebnisse der Temperaturmessung, Braunschweig 1915.

Als Strahlungsindikator dient eine von Zeiss nach Angabe von Voege¹⁾ gefertigte Thermosäule mit einer Lötstelle und einstellbarem Goldhohlspiegel.

Die Abblendung der Strahlung erfolgt durch eine im Schliff *E* (Fig. 4) drehbare, geschwärzte Glasklappe *K*, die durch innerlich durchströmendes Kühlwasser auf konstanter Temperatur gehalten wird.

Schließlich ist noch die genaue Kenntnis der Empfindlichkeitsänderung der Thermosäule im Vakuum erfordert: Durch das Glasrohr strahlt abblendbar eine Osramnitralampe über einen rückseitig versilberten, schräg eingesetzten Glaspiegel *S* auf die Thermosäule. Die während der wenigen Stunden einer Versuchsdauer nötige Konstanz ihrer Strahlung wird durch die stets gleiche Spannung (Akkumulatorenbatterie) gewährleistet, die in Kompensationsschaltung gemessen und fein reguliert werden kann.

Das wagerechte, innen mit Mattlack geschwärzte Hauptrohr befindet sich im Kühlbade konstanter Temperatur, das Diaphragmenrohr ist nicht geschwärzt, da die Möglichkeit einer Reflexionsvermögensänderung des Schwärzungsmittels im Vakuum Fehlerquellen bietet.

Der Vorgang der Beobachtungen ist ähnlich der Reihenfolge der ersten Apparatur; wegen der etwas größeren Trägheit der Thermosäule mußte die Bestrahlungsperiode von 30 auf 45 Sek. erhöht werden.

Ergebnisse.

Die mit beiden Apparaturen gefundenen Ergebnisse ergaben in den gemeinsamen Resultaten völlige Übereinstimmung und haben sich gegenseitig bestätigt und ergänzt.

Die erste Apparatur besitzt die spezielle Eigenschaft, absolute Werte des Emissionsvermögens zu liefern, während die in der Versuchsausführung einfachere zweite Anordnung die Verfolgung des zeitlichen Verlaufs der Erscheinungen über längeren Zeitraum ermöglicht.

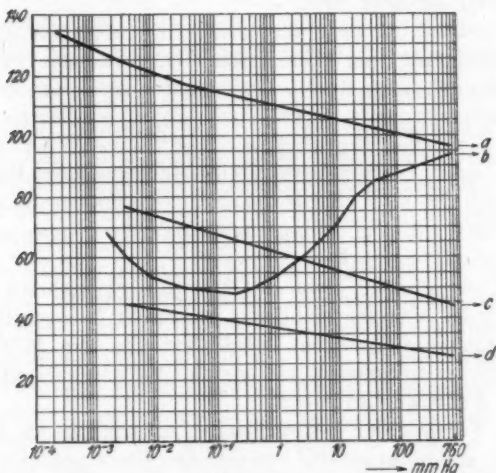
Von den mehreren hundert ausgeführten Meßreihen sind die besonders charakteristischen in den folgenden Kurven und Tabellen wiedergegeben.

1) W. Voege, Physikal. Ztschr. 21. S. 288. 1920.

Die in Fig. 6 und Tab. 1 angegebenen Werte sind mit der ersten Apparatur bestimmt und geben daher das auf die schwarze Strahlung bezogene (absolute) Emissionsvermögen. Die Temperaturen betragen überall ungefähr 300° C.

Emissionsvermögen

Schwarze Strahlung = 100



- Kurve a. Strahlungsblech aus Silber, 0,5 mm, nach Kurlbaum elektrolitisch dick bemohrt (20 Min. mit 0,03 Amp/cm²).
- Kurve b. Silber, dick berußt, Petroleumruß (etwa 90 mg/dm²).
- Kurve c. Zur Vermeidung eines Schwärzungsmittels ist auf eine blanke Silberscheibe eine zweite mit einer großen Zahl feiner Bohrungen aufgepreßt, die zur Erhöhung des Strahlungsvermögens wie zahlreiche kleine „Schwarze Körper“ wirken sollen.
- Kurve d. Kupferblech, mit Salpetersäure schwach schwarz gebeizt.

Fig. 6.

Die metallischen Strahlungsflächen geben also durchweg eine Zunahme des Strahlungsvermögens, während Ruß zunächst die charakteristische Abnahme und erst bei noch niedrigeren Drucken wieder Zunahme der Emission aufweist.

Sowohl das Ansteigen der Emission („Positiver Effekt“) als auch die Abnahme bei Ruß („Negativer Effekt“) wurde durch die zweite Apparatur bestätigt.

Tabelle 1.

p mm Hg	Emissionsvermögen in %			
	a Platinmohr	b Ruß	c Silber	d Kupfer
760	97	94	44	27
40		85		
20		80		
10		71		
3		61		
1		54		
0,4		50		
0,2	117	48	77	45
0,04				
0,03		50		
0,008		54		
0,003		61		
0,0025	125	68		
0,0015				
0,00025	134			

Als neue Erscheinung ergab sich weiterhin bei beiden Apparaturen, daß die Intensität des positiven Effektes bei starkem, langdauerndem Evakuieren abnahm. Die genaue Untersuchung ergab eine systematische Abklingung des positiven Effektes und eine asymptotische Annäherung an den normalen Strahlungswert in Luft (Fig. 7).

Bei Aufnahme der Kurve „Platin A“ befand sich das bemohrte Platin etwa 150 Stunden lang im Vakuum von etwa 10^{-4} mm Hg, wurde aber nur während der Beobachtungen (d. h. bei jedem Kurvenpunkt, Tab. 2) auf etwa 250° geheizt. Außerdem wurde bei jeder Beobachtung eine Kontrollmessung in Luft ausgeführt, wobei nach der Vakuummessung rasch Luft eingelassen wurde, nach einer kurzen Meßreihe aber sofort wieder weitgehend ausgepumpt wurde. Wie ersichtlich, nimmt der Abfall trotzdem im wesentlichen ungehindert seinen Fortgang.

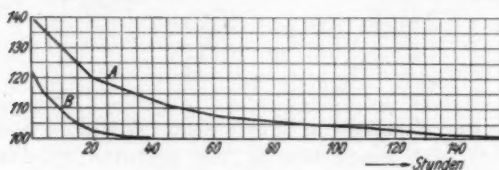
Demgegenüber ist die Kurve „Platin B“ bei dauerndem Erhitzen des Platins im Vakuum aufgenommen.

Wesentlich schnellere Abklingung zeigt Palladium (mit Palladiumchlorür bemohrt). Der nur über wenige Stunden sich erstreckende Abfall ist ebenfalls aus Fig. 7 und Tab. 2 ersichtlich. Kurve A entspricht einer Temperatur von 270° C, Kurve B einer Temperatur von 210° C.

Tabelle 2.

Platin.									
Stunden	0	20	44	62	90	112	136	150	} A
Strahlung	140	120	111,5	107,5	105	104	102	101	
Stunden	0	4	8	12	15	20	24	30	} B
Strahlung	122	116	110,5	107,5	105	102,5	102,0	101	
Palladium.									
Stunden	0 ¹⁰	0 ³⁰	1 ³⁵	1 ⁵⁵	2 ¹⁵				} A
Strahlung	113	105	101	100,5	100				
Stunden	0 ³⁴	0 ⁴⁰	1 ³⁰	2 ⁴⁰	3 ³⁰	5 ⁰⁰			} B
Strahlung	109	105,5	103	101,5	101	100,5			

Strahlung in Luft Platin. $p = 10^{-4}$ mm Hg



Palladium.

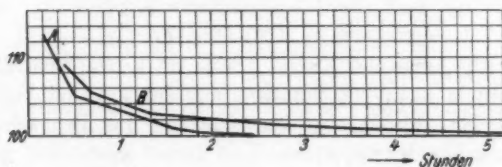


Fig. 7.

Die in Fig. 8 und Tab. 3 angegebenen Resultate geben Veranlassung zu der Annahme, daß die doppelt gekrümmten Strahlungskurven bei Berührung durch die Überlagerung zweier einfacher Effekte (Anstieg und Abfall) zustande kommen. Die Strahlung von rauhem, unbemehrtem Platin wurde zunächst bei verschiedenen Drucken untersucht und ergab die erwartete Zunahme (Pt). Wird es nun, bevor der positive Effekt durch länger dauerndes Vakuum stark zurückgegangen ist, berußt, so kann man je nach der Rußdicke einen Übergang der rein metallischen Kurve in die doppelt gekrümmte Kurve einer dicken Rußschicht bewirken (R_1 schwach, R_2 stark berußt). Die

Abklingung des positiven Effektes äußert sich auch durch die Rußschicht hindurch, indem sich der ansteigende Ast der Rußkurve bei langem Pumpen allmählich senkt. Sie nähert sich in ihrem Verlaufe dann der Kurve, die durch Subtraktion des positiven Effektes Pt von der ursprünglichen Rußkurve R_2 entsteht. Diese Kurve $R_2 - Pt$ stellt also den reinen negativen

Strahlung in Luft = 100.

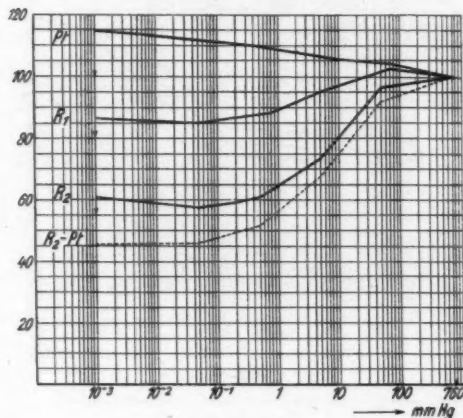


Fig. 8.

Tabelle 3.

Pt	$\left\{ \begin{array}{l} p \\ S \end{array} \right.$	760	70	7	0,5	0,005	0,001
		100	104	106	110	114	115
R_1	$\left\{ \begin{array}{l} p \\ S \end{array} \right.$	760	70	6	0,8	0,05	0,001
		100	103	96	88	85	87
R_2	$\left\{ \begin{array}{l} p \\ S \end{array} \right.$	760	50	5	0,5	0,05	0,001
		100	97	73	61	57	61

(Ruß-)Effekt qualitativ dar. Daß das so konstruierte ($R_2 - Pt$) tiefer liegt als der Grenzwert von R_2 , liegt wohl darin begründet, daß einerseits der positive Effekt bei der Aufnahme von R_2 schon nicht mehr die Intensität der ersten Aufnahme Pt besaß, andererseits überhaupt durch Berührung eine Abschwächung des positiven Effektes besonders bei niedrigen Drucken eintritt.

Nach langem Evakuieren gemessene Strahlungswerte von stark berußtem Platin für verschiedene Temperaturen gibt Fig. 9 und Tab. 4. Einen immer noch vorhandenen geringen positiven Effekt beweist die kleine Überschlingung des normalen Wertes bei der 125°-Kurve.

Strahlung in Luft = 100.

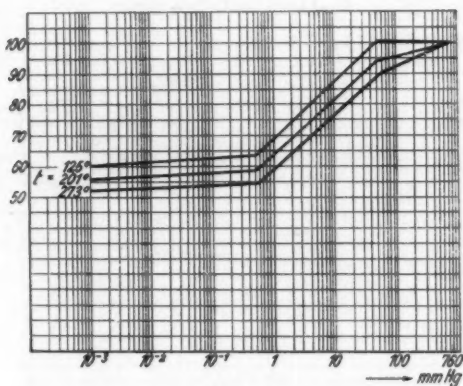


Fig. 9.

Tabelle 4.

t	$p = 760$	51	0,55	0,001 mm Hg
125°	100	100,2	63,2	60,0
201	100	94,2	58,8	55,8
273	100	89,8	54,7	52,6

Der negative Effekt tritt demnach mit steigender Temperatur in erhöhtem Maße in Wirkung.

Von Interesse ist noch die Aufnahme der Fig. 10 (Tab. 5), eines Kurvenzuges in Wasserstoff, der zusammenhängend in der Reihenfolge a, b, c, d durchlaufen wurde. Von dem Anfangspunkt der Kurve a , der einer Strahlung von etwa 58 Proz. der ursprünglichen Strahlung in Luft entspricht, steigt das Strahlungsvermögen bei zunehmendem Wasserstoffdruck an und übersteigt in Wasserstoff von Atmosphärendruck sogar den ursprünglichen Wert in Luft. Nach längerem Aufenthalt in

Wasserstoff beschreibt die Kurve bei erneutem Auspumpen eine Art Hysteresisschleife (b), senkt sich bei längerem Evakuieren (c) und mündet dann bei Luftzutritt (d) in den ursprünglichen, normalen Ausgangswert.

Strahlung in Luft = 100.

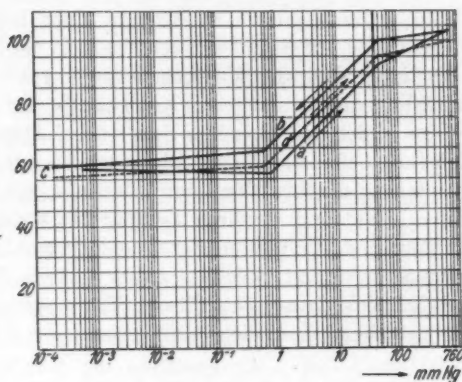


Fig. 10.

Tabelle 5.

	<i>p</i>	<i>S</i>
<i>a</i> {	0,0006	58
	0,8	57
	50	92,5
	760	103
<i>b</i> {	50	100
	0,8	64
	0,0002	59
	0,0002	56,5
<i>c</i> {	0,8	58,5
	50	95
	100	97
	760	100
<i>d</i> {		

An weiteren Schwärzungsmitteln wurde die von Rubens¹⁾ angegebene Schwärzung mit Rußnatronwasserglas untersucht. Sie ergibt nach Abklingung des normalen positiven Effektes des Unterlagemetalls einen geringen negativen Effekt.

1) H. Rubens u. K. Hoffmann, Berl. Ber. 24. S. 425. 1922.

Eine Schwärzung mit metallischem Uran, das wie bei radioaktiven Meßplatten üblich, in Azeton gelöst aufgestrichen wird, gibt nur einen positiven Effekt, der sich nach längerem Pumpen dem (100-) Werte in Luft nähert.

Deutung des negativen Effektes.

Die Deutung des negativen Effektes an einer Rußschicht im Vakuum erscheint auf Grund unserer Kenntnis der Struktur des Rußes möglich. Nach den Messungen von Stark¹⁾ besteht Ruß aus etwa 2 Volumenprozent festen Kohlenstoffs, der ein ganz lockeres Gefüge bildet und zwischen dem — bei Atmosphärendruck — sich Luft befindet. Die vor allem strahlenden äußeren Schichten empfangen die ihre Temperatur bestimmende Wärmemenge 1. durch Strahlung, 2. durch Leitung des Rußgerüsts, 3. durch Leitung und Konvektion der eingelagerten Luft.

Im Vakuum verringert sich nun dieser letztere Bestandteil und es wird sich daher ein größerer Temperaturgradient als in Luft einstellen, dem die Verringerung der Strahlung entspricht.

Für diese Erklärung durch den veränderlichen Temperaturgradienten spricht einerseits die Zunahme des Temperaturgefälles (also Strahlungserniedrigung) mit erhöhter Temperatur und größerer Dicke der Rußschicht²⁾, andererseits die Erhöhung des Strahlungsvermögens in Wasserstoff, da durch die bessere Wärmebeweglichkeit der eingelagerten Wasserstoffteilchen das Temperaturgefälle herabgedrückt wird.

Aus gleichen Gründen bewirkt der im Rubensschen Schwärzungsmittel (Rußnatronwasserglas) enthaltene Ruß einen negativen Effekt, der jedoch durch die Wärmeleitung der Silikatbestandteile des Schwärzungsmittels nur geringfügig bleibt.

Wichtig ist hier auch die Frage des Energieverbrauchs eines beruhten Körpers: Die zu einer bestimmten Innentemperatur nötige Energie nimmt im Vakuum bei beruhter Oberfläche viel stärker ab als bei bemehrter, und zwar entfernen sich die Werte gegenseitig fast ausschließlich im Druckgebiet von etwa 100 bis 0,1 mm Hg, von hier abwärts bleibt ein

1) J. Stark, Wied. Ann. 62. S. 353. 1897.

2) Vgl. ähnliche Beobachtungen in Atmosphärendruck bei H. Rubens und K. Hoffmann, Berl. Ber. 24. S. 425. 1922.

ziemlich konstantes Verhältnis des Energieverbrauches bestehen. (Gemessener Wattverbrauch bei Berührung ungefähr 60 Proz. des Wertes bei Bemohrung bei gleicher Innentemperatur.)

Die Kurve des Energieverbrauches eines beruhten Körpers in Prozenten des Verbrauches des gleichen, aber bemohrten Körpers weist also völlige Ähnlichkeit mit den Kurven des negativen Effektes auf.

Diskussion des positiven Effektes.

Die in allen Versuchen gefundene scheinbare Zunahme des Strahlungsvermögens ist zunächst weder mit der Theorie vereinbar noch auf irgendwelche bisher bekannte Erscheinungen zurückzuführen. Vor allem die Tatsache, daß der positive Effekt sich der Strahlung in nahe proportionaler Größe überlagert und daher, bei Verwendung eines an sich schon hoch strahlenden Schwärzungsmittels (Platinmohr) die resultierende Strahlung ohne Bedenken die theoretisch maximale Strahlung des gleichtemperierten „Schwarzen Körpers“ überschreitet, — legte zunächst die Annahme nahe, für diese Druckabhängigkeiten Fehler in den Meßanordnungen verantwortlich zu machen. Trotz aller möglichen Abänderungen der Versuchsbedingungen gelang es jedoch nicht, die Erscheinungen zu beseitigen oder auch nur zu beeinflussen.

Die einzige Ausnahme hiervon macht die systematische Abklingung des Effektes bei langem Evakuieren (Fig. 7). Aber gerade diese gesetzmäßige Veränderung, die sich über viele Tage erstreckt, von denen doch jeder wieder die gleichen Anfangsbedingungen in der Messung (Anheizen, Einstellung des Wärmegleichgewichtes im ganzen System) vorfand, scheint ein deutlicher Beweis dafür zu sein, daß es sich um eine prinzipielle Erscheinung der Strahlungsmessung im Vakuum handelt.

Obwohl ja nun diese gesetzmäßige Abnahme des Effektes in ihrer gefundenen Abhängigkeit von der Temperatur und dem Material des strahlenden Metalls die Annahme konstanter Fehler in der Apparatur ausschließt, wurden dennoch alle Einzelteile auf ihre einwandfreie Druckunabhängigkeit geprüft.

In der ersten Apparatur lag es zunächst nahe, die scheinbare Zunahme des Emissionsvermögens auf eine Abnahme der

Strahlung des zum Vergleich benutzten Schwarzen Körpers, etwa durch falsche Temperaturmessung zurückzuführen. Um etwaige Fehler in dieser Richtung zu eliminieren, wurde der Schwarze Körper durch eine kleine Glühlampe ersetzt und so die Platinmohrstrahlung mit einer vom Außendruck unabhängigen Strahlung verglichen. Die relative Strahlungszunahme der „grauen“ Strahlung blieb jedoch prozentmäßig unverändert.

Berechtigte Einwände erschienen ferner gegen die Temperaturmessung des grauen Strahlers *RK* angebracht, da das ohnedies schon im *Innern* des Strahlers befindliche Thermoelement noch durch ein feines Quarzröhrchen von dem geheizten Kupferkörper und dem Strahlungsblech getrennt war; es erschien möglich, daß ein sich etwa ausbildender Temperaturgradient zwischen Thermoelement und strahlender Fläche von dem Wärmefluß abhängig ist, der natürlich in Luft größer als im Vakuum ist. Eine Vergrößerung des Temperaturgradienten hat aber eine Strahlungsabnahme zur Folge.

Abgesehen davon, daß in diesem Falle (wenn nämlich bei richtig gemessener Temperatur das Emissionsvermögen Werte über 100 Proz. zeigt) die ganze Apparatur I stark unsymmetrisch sein mußte, was bei der völligen Symmetrie der Methode in diesem Maße unwahrscheinlich erscheint, wurden diese Einwände durch folgende Änderung der Temperaturmessung entkräftet: Die beiden Thermoelementdrähtchen wurden auf der an den geheizten Kupferzylinder angepreßten Seite des strahlenden (Silber-) Bleches jedes für sich im gegenseitigen Abstand von etwa 1 mm angelötet, so daß das strahlende Metall selbst einen Teil des Thermokreises bildete. Die Differenz des Strahlungsvermögens in Luft und im Vakuum blieb aber unvermindert bestehen.

Ein weiterer stichhaltiger Einwand wäre durch die Annahme einer ungleichmäßigen Temperaturverteilung auf der Strahlungsfläche von *RK* begründet, derart, daß bei stärkerer Ableitung der Temperaturabfall gegen die Ränder zu größer ist als im Vakuum. Da aber die Temperatur nur in der Mitte der strahlenden Fläche gemessen wird, würde die auch über Randgebiete integrierende Strahlungsmessung trotz gleichbleibender Temperatur in der Mitte in Luft kleinere Werte als im Vakuum liefern.

Demgegenüber lassen sich zwei Argumente anführen:

1. Da Wasserstoff das etwa 6fache Wärmeleitvermögen der Luft besitzt, müßte das Emissionsvermögen in einer Wasserstoffatmosphäre stark unter dem in Luft liegen, während das experimentelle Ergebnis normal keine wesentlichen gegenseitigen Abweichungen aufweist und bei Berührung gerade das Gegenteil ergibt.

2. Durch Einschalten eines Spaltes in den Strahlengang zwischen D_1 und D_2 (Fig. 1) konnte statt der sonst kreisförmigen Strahlungsfläche nur ein schmaler Streifen der RK -Strahlungsfläche zur Bestrahlung zugelassen werden. Je nach der Stellung des drehbaren Spiegels S konnte dann ein Streifen aus der Mitte oder den Randgebieten der strahlenden Fläche zur Bestrahlung der Thermosäule dienen. Man erhält so durch folgeweises Abtasten die Kurve der Energieverteilung der Strahlungsfläche. Die experimentelle Ausführung bewies durch die völlige Ähnlichkeit der beiden Kurven (in Luft und im Vakuum) die Gleichheit der Temperaturverteilung in beiden Fällen.

In der ersten Apparatur wurde ferner (wenigstens bei nahe grauen Strahlungsflächen) die Thermosäule mit der gleichen Wellenlängenverteilung bestrahlt, so daß die Annahme der Druckabhängigkeit der selektiven Empfindlichkeit der Thermosäule nicht in Frage kommt.

In den meisten Fällen der Versuche mit der Apparatur I waren ja die beidseitigen Ausschläge von ungefähr gleicher Größe. In der II. Apparatur war die Intensität der Vergleichsstrahlung meist so gewählt, daß die durch sie hervorgerufenen Ausschläge zwischen denen der untersuchten Strahlung in Luft und der im Vakuum erwarteten lagen, so daß auch eine etwaige Abweichung in der Proportionalität der Ausschläge keine Fehlerquelle bildet.

Sorgfältige Trocknung mit Phosphorpentoxyd und Reinigung der zugeführten Luft mit Alkalilösung zur Vermeidung von Wasserdampf- und Kohlensäureabsorption im Strahlengang ergab nicht die geringste Einwirkung auf den positiven Effekt.

Da man in der II. Apparatur an die Verwendung von Gleichstrom gebunden ist, wäre etwa an die Möglichkeit eines

an den Stützen *A* und *B* auftretenden Thomseffektes und somit an eine Verschiedenheit in der Temperaturverteilung der Abschnitte *AC* und *BC* zu denken. Diese Fehlerquelle wird außer durch Kommutieren durch die den Stützen *A* und *B* gleichwertige Ausbildung der Stütze *C* eliminiert.

Wesentlich ist die Frage nach der spektralen Verteilung der Zusatzstrahlung, die durch das Einbringen selektiv absorbierender Medien in den Strahlengang gelöst werden kann. Der Versuch (Sylvinplatte 5 mm stark, Quarzplatte 2 mm stark, im Schliffe *K* (Fig. 1) in den Strahlengang eindrehbar) zeigte bei beiden Substanzen eine Schwächung der Mehrstrahlung im gleichen Verhältnisse wie der Grundstrahlung, wodurch die wesentlich gleichmäßige Überlagerung des positiven Effektes auf die Grundstrahlungskurve und damit der Charakter der Mehrstrahlung als einer Temperaturstrahlung erwiesen scheint.

Da der Grenzwert des Effektes nach langem Entgasen mit dem normalen Sättigungszustand zusammenfällt, kann es sich nicht um eine dauernde Veränderung der Apparatur im Vakuum (Änderung der Thermokräfte [Apparatur I], des elektrischen Widerstandes [Apparatur II]) handeln, die ja eine zunehmende Abweichung vom Ausgangszustand nötig machte.

Der positive Effekt scheint daher nicht an den Endzustand des entgasten Metalls, sondern an den Vorgang des Entgasens selbst gebunden zu sein.

Dem entspricht die bei der Erhöhung der Temperatur gefundene Erhöhung der Intensität, aber auch der Abfallgeschwindigkeit des Effektes, die rasche Abklingung bei Palladium, dessen bereitwillige Gasabgabe bekannt ist. Ebenso wird stets bei einem schon entgasten Metall nach längerem Gaszutritt eine Erneuerung des positiven Effektes beobachtet. So ist Kurve Fig. 7 „Platin *B*“ mit dem gleichen Metall wie „Platin *A*“ aufgenommen, nachdem sich dieses nach der Aufnahme von *A* längere Zeit in freier Luft befunden hatte.

Von besonderer Bedeutung ist in diesem Sinne eine Erscheinung, die stets besonders bei metallischen Strahlungsflächen und bei niederen Drucken beobachtet wird: Der positive Effekt tritt nicht nur beim Entgasen des strahlenden Metalls auf, sondern ist zeitlich auch mit dem Vorgange des Wiedereindringens von Gas in das Metall verknüpft. So zeigt

bemohrtes Platin, das durch langes Evakuieren weitgehend seines positiven Effektes beraubt wurde, sofort wieder starke Mehrstrahlung, wenn der Druck des umgebenden Gasraums erhöht wird. Die Erscheinung hält sich in ähnlichen Grenzen wie der Entgasungseffekt, d. h. verschwindet mehr und mehr in den Gebieten höheren Druckes. Ebenso tritt eine Verwischung bei starker Beraubung ein.

Als Grenze der bisherigen experimentell gesicherten Ergebnisse läßt sich daher zusammenfassend definieren:

Der positive Effekt, die Überschreitung der normalen Strahlung, kann im Vakuum auftreten, wenn sich Druckdifferenzen zwischen dem Innern des Metalls und dem umgebenden Gasraum durch die strahlende Fläche ausgleichen.

Die nächstliegende Beziehung zu bekannten Erscheinungen ist wohl in einem Zusammenhang mit Adsorptionsvorgängen an den strahlenden Oberflächen zu suchen, in Schichten von außerordentlich geringer Dicke, die zur Temperatur- bzw. Widerstandsbestimmung keinen merkbaren Beitrag liefern und deren Temperatur wohl kaum anders als durch indirekte Methoden (Strahlungsmessung, Radiometerversuche) zugänglich ist. Die Möglichkeit erheblicher Temperaturdifferenzen in sehr dünnen Schichten ist durch die Radiometereffekte wie auch durch die Erscheinungen, die Knudsen zur Annahme des Akkommodationskoeffizienten führten, gegeben. Der in den vorliegenden Untersuchungen eingeschlagene Weg, aus der emittierten Strahlung auf die Oberflächentemperatur zu schließen, ist unter Umständen methodisch geeignet, weitere Aufschlüsse über derartige Oberflächenerscheinungen zu geben.

Bei dieser Erklärung des positiven Effektes löst sich der anfangs aufgetretene Widerspruch gegen das aus der Strahlungstheorie erwachsene Postulat der maximalen Strahlung des vollkommen schwarzen Körpers, da der benutzten Definition des Emissionsvermögens die experimentell bisher übliche Verknüpfung der emittierten Strahlung mit der *Innentemperatur* des Körpers zugrunde liegt. Wie die Versuche zeigen, kann diese Annahme zu erheblichen Abweichungen von dem theoretischen Emissionsvermögen führen.¹⁾ Die mitgeteilten Er-

1) Es sei hier noch auf eine andere Methode der Emissionsvermögensbestimmung hingewiesen, die die Strahlung der Außenfläche und

gebnisse können daher unabhängig von der Art, wie die endgültige Erklärung des positiven Effektes erfolgen wird, eine gewisse Bedeutung für die bisherigen Methoden der Strahlungs- und Temperaturmessung im Vakuum besitzen, da sie sich prinzipiell streng an diese gewohnten Methoden anschließen.

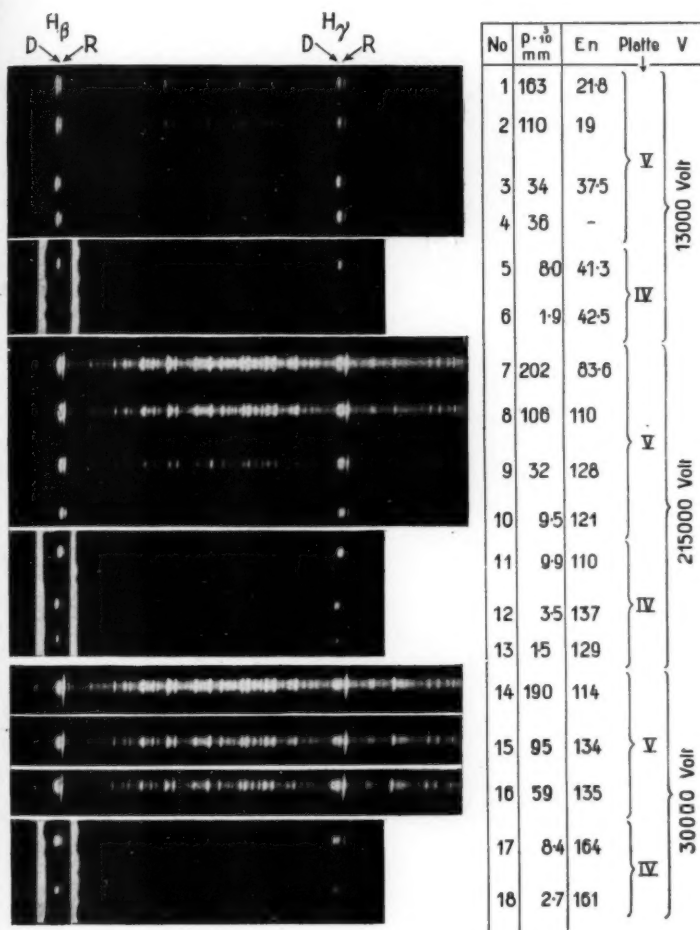
Hrn. Geheimrat Prof. R. Wachsmuth, auf dessen Anregung die Arbeit ausgeführt wurde, möchte ich für die stete, persönliche Anteilnahme an den Versuchen und die lebenswürdige Bereitwilligkeit, mit der er mir alle nötigen materiellen Hilfsmittel zur Verfügung stellte, meinen herzlichsten Dank aussprechen. Auch den Herren Prof. W. Gerlach und Prof. E. Madelung bin ich für manche Anregung und Kritik zu Dank verpflichtet.

Frankfurt a. M., Physikalisches Institut der Universität.
Mai 1925.

des Innern eines Hohlraums vergleicht (z. B. V-förmig gefalteter Streifen, C. E. Mendenhall, *Astrophys. Journ.* 33. S. 91. 1911; C. E. Mendenhall und W. E. Forsythe, *Astrophys. Journ.* 37. S. 380. 1913).

Eine etwaige Mehrstrahlung äußert sich hier additiv bei beiden Messungen (innen wie außen) als konstantes Zusatzglied und wird so bei der Bildung des Verhältnisses besonders bei Flächen hohen Emissionsvermögens nur geringfügige Abweichungen verursachen, also dem theoretischen Emissionsvermögen erheblich näher kommen. Leider versagt diese Methode jedoch in allen Fällen, in denen die Kenntnis der Temperatur der strahlenden Fläche von Bedeutung ist, da sie additive Abweichungen durch (z. B. vom Wärmefluß oder Gasdruck abhängige) Differenzen zwischen der meßbaren und strahlenden Temperatur nicht zu eliminieren vermag; denn auch eine Temperaturbestimmung mittels Thermoelementes im Innern des Hohlraums ist hierbei nicht eindeutig, sobald ein von den Wärmeverlusten abhängiger Temperaturgradient auftritt. An den Innenflächen eines zum Schwarzen Körper geformten, gleichmäßig geheizten Strahlers sind diese Verluste natürlich stets geringer als außen, da sie ja im Innern bei zunehmender geometrischer Schwärze des Hohlraumes nach Null konvergieren.

(Eingegangen am 29. Juli 1925.)



Kanalstrahlspektren (4mal vergrößert). Wasserstoffstrahl im Wasserstoff.

Fig. 12.

D = Dopplerstreife. $R = \frac{H}{H_0}$ aus ruhenden Theilen.

p = Druck im $\frac{1}{1000}$ mm Hg im Beobachtungsraum.

E_n = Ausschläge des Galvanometers für Kanalstrahlenergie.

Expositionszeit betrug 3 Stdn. oder 6 Stdn. pro Strahl in Platte V bzw. IV.

V = Spannung im Entladungsraum.